

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДОНБАСЬКА ДЕРЖАВНА МАШИНОБУДІВНА АКАДЕМІЯ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
з дисципліни
«Імітаційне моделювання металургійного обладнання»

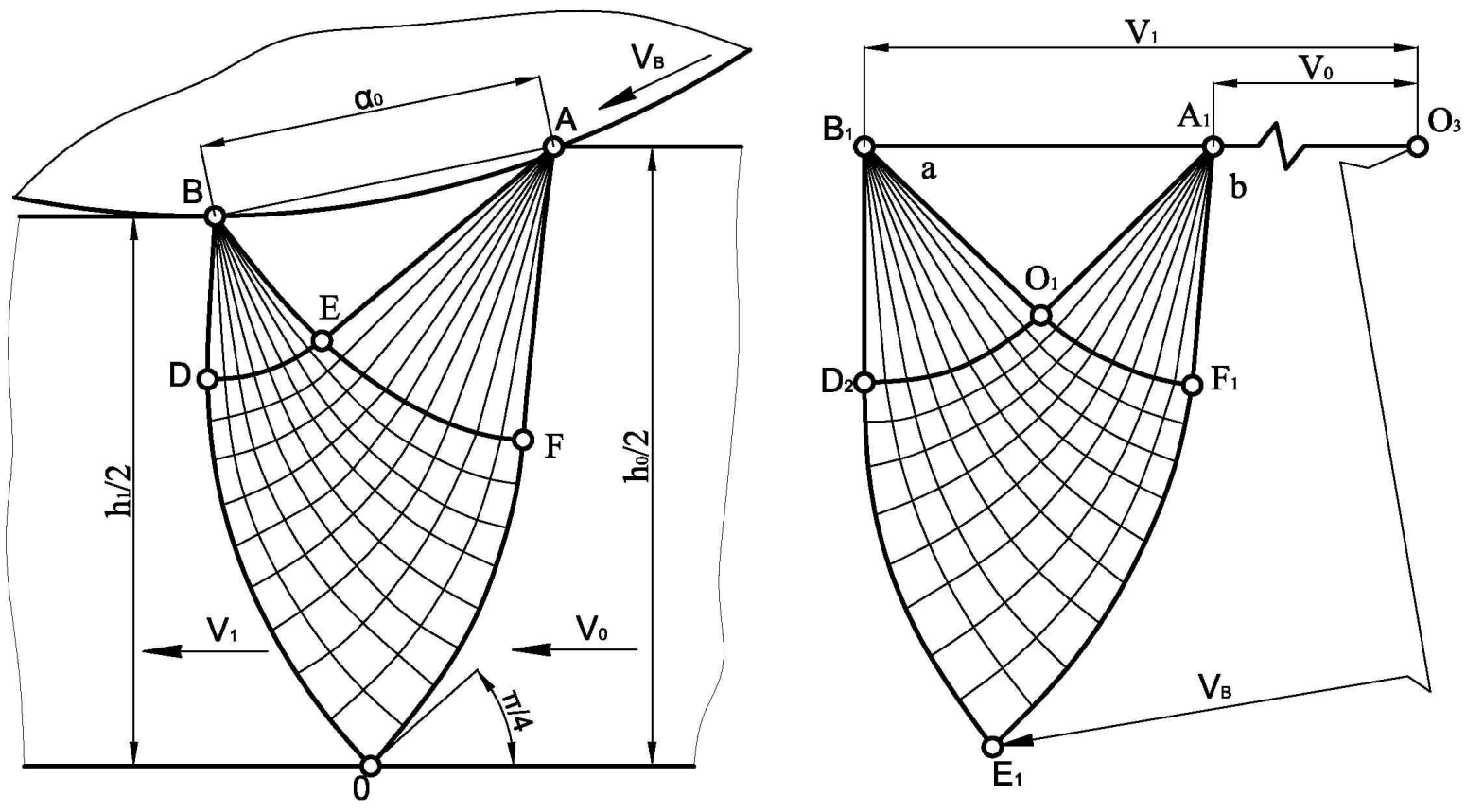
1 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИ ПРОКАТЦІ ВІДНОСНО ТОВСТИХ МОНОМЕТАЛІЧНИХ ЛИСТІВ І СМУГ

Теоретичне дослідження напружено-деформованого та кінематичного станів металу в осередку деформації відносно товстих листів та смуг проводять на основі методу полів ліній ковзання, що дозволяє повною мірою врахувати двомірний характер пластичної формозміни та високим ступенем своєї інформативності [1–6].

При прокатуванні відносно товстих листів та смуг, тобто. при відношенні довжини дуги контакту L до середньої товщини h_{cp} менше одиниці ($L/h_{cp} < 1,0$), характерними особливостями є наявність значної нерівномірності розподілу напружень, деформацій та швидкостей по висоті зони пластичного формозміни, а також поширення на більшій частині контактної поверхні зони прилипання металу, що деформується, до робочих валків [5–8].

Враховуючи зазначені вище особливості процесу прокатки та основні припущення методу полів ліній ковзання, а також те, що у разі деформації відносно товстих листів та смуг контактне напруження, згідно з принципом Сен-Венана, надають порівняно малий вплив на напружений стан, як модель вогнища деформації приймають поля ліній ковзання, утворені двома нерівними круговими дугами. Поле ліній ковзання у фізичній площині, представлене на малюнку 1.1, а, побудовано в припущенні, що нормальні та дотичні напруження на контактній поверхні розподіляються рівномірно і дорівнюють їх середньоінтегральним значенням, при цьому дотичні контактні напруження мають один знак і спрямовані у бік руху металу, що деформується [6].

Безпосередньо побудова полів характеристик у фізичній площині у разі здійснюють графічно чи чисельно шляхом заміни контактної дуги хордою з кутом нахилу до осі x , рівним середньоарифметичному значенню кута нахилу кривої у початковій і кінцевій точках. При графічному побудові кутовий крок сітки приймають рівним 5° . Якщо ж враховувати обертальної компоненти швидкості на контактній поверхні, тобто. вважати, що діаметр валка значно перевищує висоту області прилипання в приконтактній зоні, то отримаємо поле ліній ковзання, що відповідає граничним умовам для швидкостей, і на його основі - верхньограничну оцінку величини середньоінтегрального нормального контактного напруження. Перевірку відповідності поля ліній характеристик у фізичній площині граничним умовам для швидкостей можна провести, побудувавши відповідне йому поле характеристик у площині годографа швидкостей (рис. 1.1 б), враховуючи властивість ортогональності сімейства характеристик у фізичній площині та площині годографа [1–6].



a – у фізичній площині; *б* – у площині годографу швидкостей

Рисунок 1.1 – Поля характеристик при прокатці з $\frac{L}{h_{ср}} = 0,3; \alpha_0 = 20^0$

Безпосередньо побудова поля показників у площині роко-графа починають із точки O на осі лінії, у якій перетинаються жорстко-пластичні кордону. Враховуючи геометричну симетрію вогнища деформації, дане поле показників будують тільки для його верхньої частини.

Швидкості жорстких областей на вході та виході з осередку деформації відомі та рівні, відповідно, V_0 та V_1 . У площині годографа вони відобразяться векторами O_3A_1 та O_3B_1 , проведеними з полюса годографа, тобто з точки O_3 . Лінії ковзання AFO та BDO є лініями розриву складових тангенціальних швидкостей. У точці O (див. рис. 1.1, а) розриви швидкостей уздовж лінії AFO і BDO спрямовані, відповідно, під 450 і 1350 до осі смуги (вісь x). Провівши з точок A_1 і B_1 відрізки прямих O_1A_1 і O_1B_1 під кутами 45 і 1350 до напрямку векторів швидкостей V_0 і V_1 отримаємо в перетині точку O_1 , що відображає в площині роко-фа швидкість точки O пластичної області. Враховуючи, що розриви тангенціальної складової швидкості вздовж лінії ковзання постійні і відповідні характеристики у фізичній площині та в площині годографа ортогональні, знаходимо відображення лінії AFO та BDO в плоскості годографа. Вони відобразяться дугами кіл з центрами в точках A_1 і B_1 . Маючи в площині годографа характеристики двох різних сімейств (лінії $A_1O_1D_1$ і $B_1O_1F_1$), можна побудувати поле характеристик в області $O_1D_1E_1F_1$, що відображає область $ODEF$ фізичної площини. Умова сумісності полів характеристик у фізичній площині (див. рис. 1.1, а) та площині годографа (див. рис. 1.1, б) полягає в рівності нулю потоку вектора швидкості через контактну поверхню. При прийнятих припущеннях ця умова виражається в тому, що вектор швидкості приконтатної області AEB (V_b) повинен бути паралельний хорді дуги контакту. Зазначимо, що область AEB поля характеристик у фізичній площині (див. рис. 1.1, а), утворена двома сімействами прямих ліній, є областю рівних напружень і швидкостей і відображається на полі швидкостей однією точкою E_1 (див. рис. 1.1, б).

Умови тертя на контактній поверхні враховуються на полі ліній ковзання кутом γ , тобто кутом підходу лінії ковзання AE до контактної поверхні (див. рис. 1.1, а), при цьому безпосередньо дотичне напруження на контактній поверхні визначається із співвідношення

$$\tau = K_c \cos 2\gamma, \quad (1.1)$$

звідки

$$\gamma = \frac{1}{2} \arccos(\tau/K_c) = \frac{1}{2} \arccos 2\mu, \quad (1.2)$$

де $\mu = \tau/2K_c$ – коефіцієнт пластичного тертя;

$2K_c$ – подвоєне середньоінтегральне по всьому обсягу вогнища деформації значення опору зсуву металу, що прокочується.

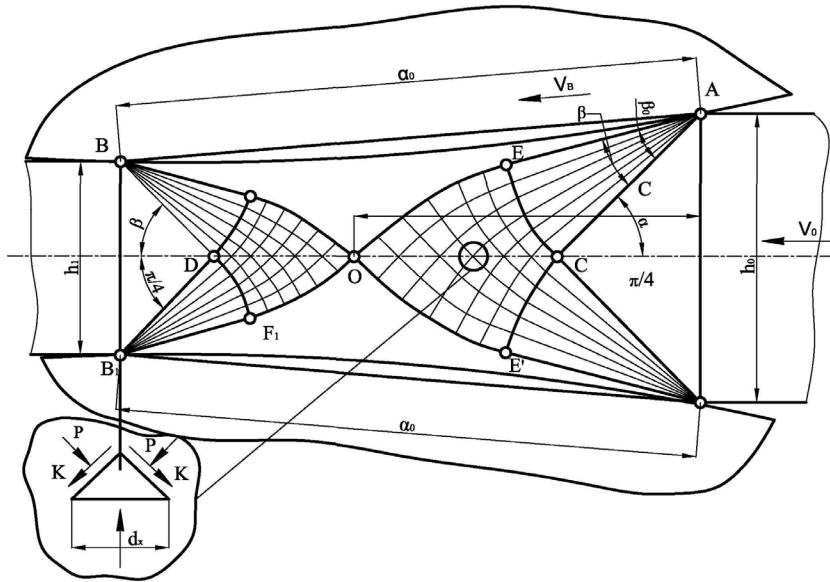
Як модель вогнища деформації процесу гарячої прокатки, при $1,0 < L/h_{cp} < 3,0$, приймають поле ліній ковзання, представлене малюнку 1.2 [6]. Дане поле ліній ковзання будується в припущенні, що на всій контакт-

ній поверхні має місце зона прилипання металу, що деформується, до робочих валків.

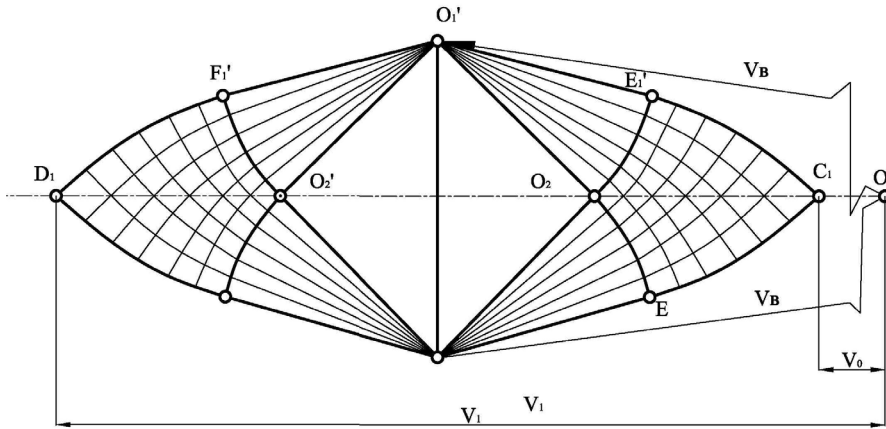
Поле показників у фізичній площині (див. рис. 1.2, а) є дві області показників, які у точці O осі симетрії лінії, кожна у тому числі утворена двома рівними круговими дугами з центром у спеціальних точках. Відповідне йому поле характеристик у площині годографа швидкостей представлено малюнку 1.2, б, яке побудова проводиться аналогічно розглянутому вище і починається з точки O . Область $AEOFB$ ($A'E/O'F'B'$) поля характеристик у фізичній площині (див. рис. 1.2, а) являє собою область пластичної рівноваги, де напружений стан неоднорідний, а поле характеристик у площині годографа однорідне і деформаційні рухи відсутні [6]. Зазначене свідчить про те, що при прийнятих припущеннях швидкість області пластичного рівноваги відобразиться на площині годографа вектором, паралельним хорді дуги контактної поверхні (вектори O_3O_1 і O_3O_1'). Точка O в області пластичного перебігу відобразиться на полі швидкостей двома точками (O_2 і O_2'). Рівні між собою відрізки O_1O_2 , $O_1'O_2'$, O_1O_2' , $O_1'O_2$ визначають величину і напрямок розривів тангенціальних складових швидкостей в точці O вздовж ліній ковзання AEO , $O'F'B'$, $A'E/O$, $O'F'B'$, які відображаються у площині годографа, відповідно, лініями O_2E_1 , $O_2'F_1'$, O_2E_1' і $O_2'F_1$. Области поля характеристик у фізичній площині $AEDE/A'C'$ і $BFOF'/B'D$ відображаються на площині годографа, відповідно, областями $O_2E_1C_1E_1'$ і $O_2'F_1D_1F_1'$, а умова спільності полів показників у фізичній площині (див. рис. 1.2, а) та площині годографа (рис. 1.2, б) полягає в рівності потоків вектора швидкості через жорсткопластичні межі ACA' і BDB' , тобто $V_0h_0 = V_1h_1$. Побудовані поля ліній ковзання відповідають умові позитивності потужності розсіювання енергії пластичної деформації та умові достатньої несучої здатності передбачуваних жорстких областей, які наступний розрахунок, тобто. безпосередньо визначення розподілів напружень, швидкостей і деформацій в усьому обсязі зони пластичного формозміни, виробляють на основі властивостей ліній ковзання, достатньо докладно викладених у роботах [1–6].

При цьому безпосередньо розрахунок напруженого стану металу починають з визначення гідростатичного напруження в особливій точці O (див. рис. 1.1, а) або в особливих точках C і D (див. рис. 1.2, а), виходячи з умови рівноваги відповідних жорсткопластичних кордонів при проектуванні всіх сил на горизонтальну площину [6].

З урахуванням результатів цілого ряду теоретичних досліджень, проведених у тому числі і на основі методу полів ліній ковзання [6], математичне забезпечення з розрахунку енергосилових параметрів процесу гарячої прокатки відносно товстих монометалевих листів і смуг може бути представлено у вигляді наступної сукупності аналітичних залежностей.



a



б

a – у фізичній площині; б – у площині годографа швидкостей
Рисунок 1.2 – Поля характеристик при прокатці з $\frac{L}{h_{cp}} = 2,45$;

$$\alpha_0 = 10^0$$

Визначають величину абсолютного Δh і відносного ε обтискання смуги наступним чином:

$$\Delta h = h_0 - h_1; \quad (1.3)$$

$$\varepsilon = \Delta h/h_0. \quad (1.4)$$

Довжину дуги контакту L та середнє значення товщини смуги в осередку деформації h_{cp} визначають за формулами

$$L = \sqrt{R\Delta h - \Delta h^2/4}; \quad (1.5)$$

$$h_{cp} = 0,5(h_0 + h_1). \quad (1.6)$$

Аналогічно, тобто виходячи з чисто геометричних передумов, виробляють і розрахунок кута захвату α_0 [7]:

$$\alpha_0 = \arccos(1 - \Delta h/R). \quad (1.7)$$

З урахуванням деформаційних та кінематичних характеристик на основі формули А. І. Целікова [7] визначають середньоінтегральне значення швидкості деформації U_c :

$$U_c = V_1 \varepsilon / L, \quad (1.8)$$

після чого на основі методик [9-11] проводять розрахунок середньоінтегрального значення подвоєного опору зсуву металу прокатується смуги $2K_c$:

$$2K_c = 1,155\sigma_{T0}(6,67\varepsilon)^{a_1}U_c^{a_2}(t/1000)^{a_3}; \quad (1.9)$$

де σ_{T0} , a_1 , a_2 , a_3 – базове значення межі плинності та значення статечних показників, що враховують вплив ступеня, швидкості та температури деформації, відповідно [9–11].

Переходячи до визначення безпосередньо основних енергосилових параметрів процесу гарячої прокатки, проводять розрахунок коефіцієнта напруженого стану $n_{\sigma 1}$, що характеризує вплив зовнішніх зон і сил зовнішнього контактного тертя [6, 10]:

$$n_{\sigma 1} = 1 + 1,5(1 - L/h_{cp})^3 \text{ при } L/h_{cp} \leq 1; \quad (1.10)$$

$$n_{\sigma 1} = 1 + 0,2(L/h_{cp} - 1) \text{ при } 1 < L/h_{cp} \leq 2,5; \quad (1.11)$$

$$n_{\sigma 1} = 1 + 0,5f(L/h_{cp} - 1) \text{ при } 2,5 < l/h_{cp}, \quad (1.12)$$

де f – коефіцієнт зовнішнього тертя на контактних поверхнях.

Визначають величину коефіцієнта напруженого стану $n_{\sigma 2}$, що характеризує вплив напружень переднього σ_1 та заднього σ_0 натягу:

$$n_{\sigma 2} = 1 - 0,5(\sigma_0/2K_c + \sigma_1/2K_c), \quad (1.13)$$

після чого визначають середньоінтегральне по довжині вогнища деформації значення нормальних контактних напружень

$$P_{cp} = 2K_c n_{\sigma 1} n_{\sigma 2}, \quad (1.14)$$

а разом із цим і величину сили прокатки

$$P = p_{cp} bL. \quad (1.15)$$

З урахуванням відомого значення сили P величину сумарного по відношенню до обох робочих валків моменту прокатки M_{np} визначають за формулою

$$M_{np} = 2P\psi L, \quad (1.16)$$

де ψ – коефіцієнт плеча докладання рівнодіючої нормального контакт-

ного напруження, що визначається, у свою чергу, як [6,10]:

$$\psi = 0,6 - 0,3(0,5 - L/h_{cp})^2 \text{ при } 0,2 \leq L/h_{cp} \leq 0,7; \quad (1.17)$$

$$\psi = 0,6 - 0,15\sqrt{L/h_{cp} - 0,7} \text{ при } 0,7 < L/h_{cp} < 2,5; \quad (1.18)$$

$$\psi = 0,404 - 0,022\sqrt{L/h_{cp} - 2,5} - 0,252\alpha_0 \text{ при } 2,5 \leq L/h_{cp}. \quad (1.19)$$

І нарешті, з урахуванням відомого значення повного моменту M_{np} визначають величину потужності прокатки

$$N_{np} = M_{np}V_1/R \quad (1.20)$$

значення переднього та заднього натягу

$$T_1 = S_1 2K_c h_1 b; \quad T_0 = S_0 2K_c h_0 b, \quad (1.21)$$

а також величину питомої енергоемності процесу Ауд, що характеризує витрату енергії в осередку деформації стосовно виробництва однієї тонни готового металопрокату

$$A_{y\partial} = \left(\frac{M_{np}}{R_{кр}} + \sigma_1 - \sigma_0 \right) / \rho, \quad (1.22)$$

де ρ – щільність матеріалу, що прокочується.

Загалом залежності (1.1) – (1.22) складають повний алгоритм автоматизованого розрахунку основних енергосилових параметрів процесу гарячої прокатки відносно товстих листів та смуг, укрупнена блок-схема якого представлена на малюнку 1.3. При відповідному коригуванні методики розрахунку середньоінтегрального значення подвоєного опору зсуву [12] представлений алгоритм може бути використаний і для розрахунку енергосилових параметрів процесу холодної прокатки відносно товстих листів і смуг.

Слід зазначити, що використання методу полів ліній ковзання дозволяє врахувати двомірний, а також немонотонний характер пластичної формозміни не тільки при розрахунку напруженого, але і при визначенні деформованого стану металу. Зокрема, згідно з результатами роботи [13] результуюча величина ступеня деформації зсуву для різних за рівнем ліній струму може бути визначена як

$$\lambda_1 = 2 \ln(h_0 - h_1) \{ 1 + (y_i/h_x) [0,5 - 0,45 \ln(L/h_{cp})] + 1,35 [(y_i/h_x) - 0,1] \ln^2(L/h_{cp}) \}, \quad (1.23)$$

де (y_i/h_x) – показник рівня відповідної i -ої лінії струму вогнища деформації.

Проінтегрувавши вираз (1.23) по товщині смуги, середньоінтегральне для всіх ліній струму значення результуючого ступеня деформації зсуву можна визначити як:

$$\lambda_c = 2 \ln(h_0/h_1) [1,125 - 0,1125 \ln(L/h_{cp}) + 0,2025 \ln^2(L/h_{cp})]. \quad (1.24)$$

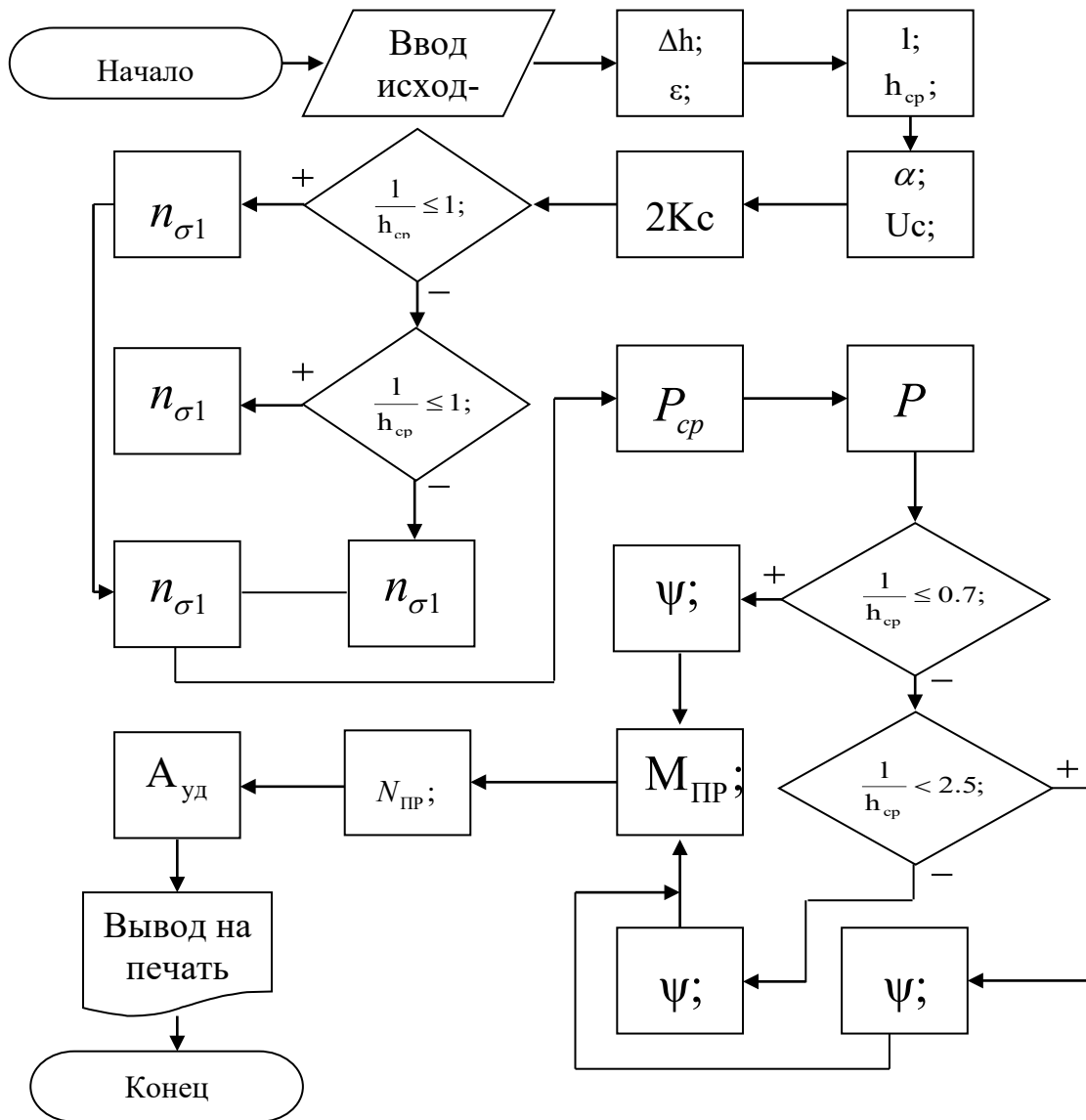
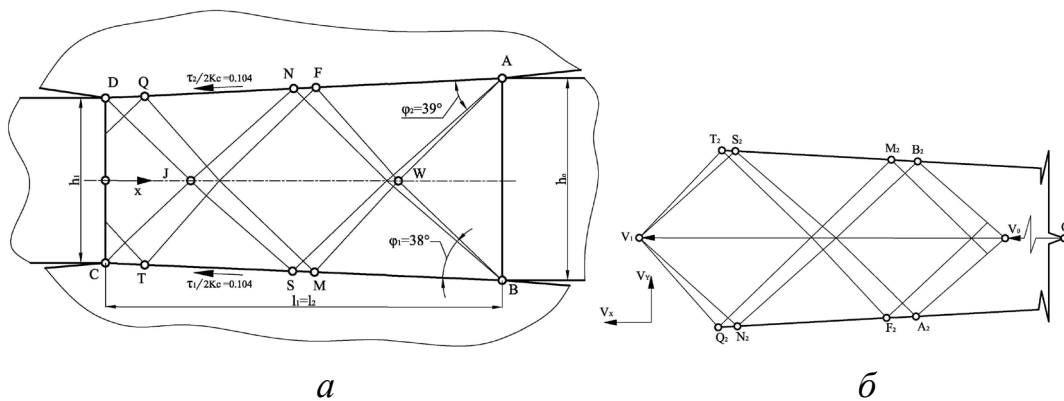


Рисунок 1.3 – Укрупнена блок-схема алгоритму розрахунку енергосилових параметрів процесу гарячої прокатки відносно товстих листів та смуг

У подальшому залежності (1.23) і (1.24) можуть бути використані при критеріальній оцінці коефіцієнта використання пластичності, тобто. умови можливості подальшої пластичної деформації без руйнування [14], а також при уточненні ряду енергосилових параметрів процесу гарячої прокатки [15]. Аналогічні поля характеристик у фізичній площині (рис. 1.4, а), площині годографа (див. рис. 1.4, б), а також у площинах напруження (див. рис. 1.4, в) і деформацій (див. рис. 1.4, г) можуть бути побудовані і стосовно холодної прокатки середніх і тонких смуг, що характеризується мінімальною протяжністю або повною відсутністю зони прилипання, а також меншими за рівнем значення коефіцієнтів зовнішнього тертя.

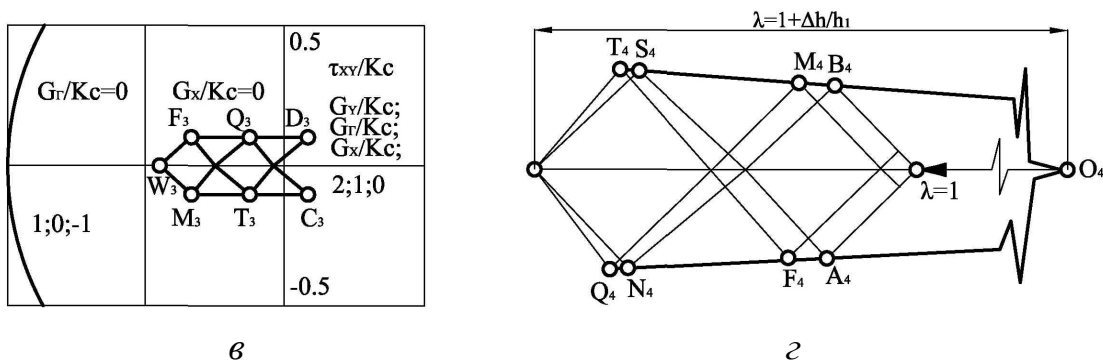
Безпосередньо побудова полів ліній ковзання в цьому випадку зводиться до вирішення четвертої крайової задачі статично визначеного плоского перебігу металу, що характеризується наявністю особливих точок А і

В (див. рис. 1.4 а), в яких характеристики утворюють центрований віяло з центральним кутом відомої величини [1]]. При цьому сама побудова та подальший розрахунок полів показників з метою зниження трудомісткості та підвищення точності доцільно проводити за допомогою ЕОМ шляхом чисельного визначення геометричних координат спеціальних точок, тобто. точок перетину ліній характеристик у фізичній площині (рис. 1.5, а) та площині годографа швидкостей (св/ рис. 1.5, б). Разом з тим, як показали результати цілого ряду досліджень [16,17], ступінь впливу неоднорідності і немонотонності пластичного формозміни металу при холодній прокатці відносно тонких ($L/h_{cp} > 3,0$) листів і смуг є дуже незначною, що цілком допускає використання різноманітних одномірних наближень.



а – у фізичні площині; б – у площинах годографу швидкостей;

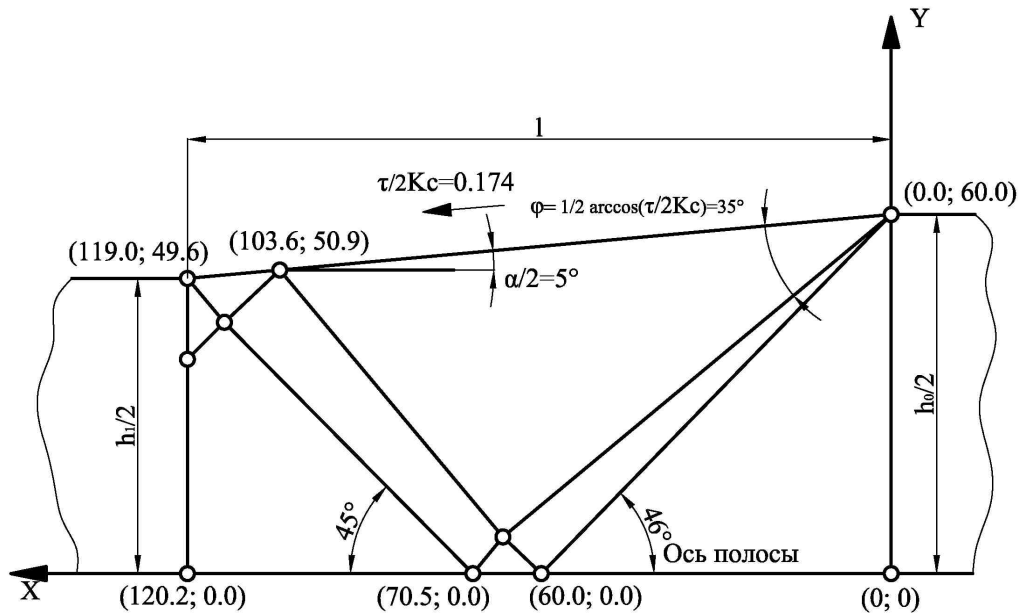
Рисунок 1.4 – Поля характеристик при прокатці з нульовим випередженням



$$\frac{L_2}{h_{cp}} = 2.19; \quad \varepsilon = 0.20; \quad \frac{\sigma_1}{2K_c} = 0,0$$

в – у площині напружень; з – у площині деформацій

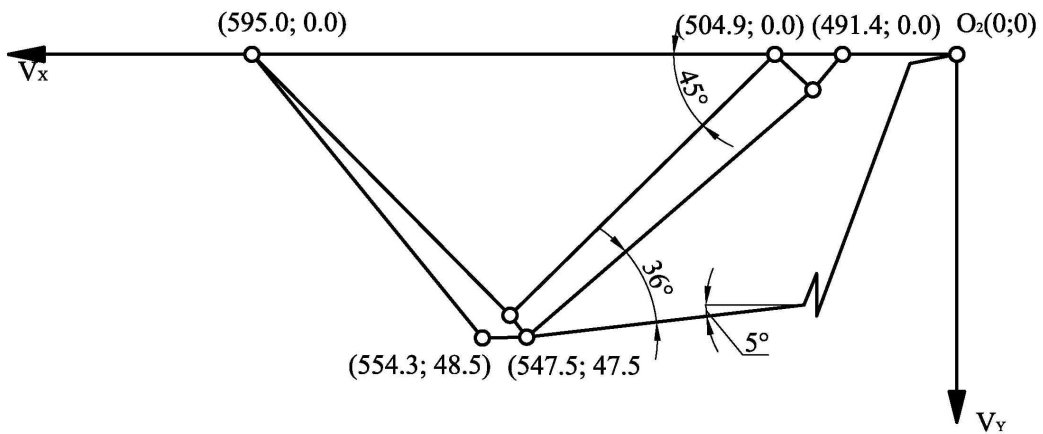
Рисунок 1.4, лист 2.



a

a – у фізичній площині

Рисунок 1.5 – Поля характеристик отримані за допомогою ЕОМ для процесу симетричної прокатки з нульовим випередженням



$$\frac{L_2}{h_{cp}} = 1.086; \varepsilon = 0.173$$

б

б – у площині годографу швидкостей

Рисунок 1.5, лист 2

2 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИ ПРОКАТЦІ ВІДНОСНО ТОВСТИХ БАГАТОШАРОВИХ ПОЛІМЕТАЛІЧНИХ ЛИСТІВ І СМУГ

В якості першого наближення при аналізі процесу прокатки відносно товстих багатошарових поліметалевих листів і смуг, що характеризуються наявністю отриманих попередньо досить міцних міжшарових металевих зв'язків [18], розглянемо процес деформації симетричної по товщині композицій, що включає три складові. Кінематично можливе в цьому випадку поле швидкостей, побудоване відповідно до методики роботи [4] і з урахуванням апроксимації контактних дуг хордами, представлене на малюнку 2.1 [19].

Враховуючи наявність досить міцних міжшарових металевих зв'язків між різними складовими композиції, що прокочується, і розглядаючи з метою спрощення подальших математичних перетворень тільки верхню половину вогнища деформації, виділимо три жорсткі зони, перша з яких розміщена правіше лінії ВО і переміщується зі швидкістю V_0 , друга жорстка зона в вигляді трикутника АОВ переміщається паралельно лінії АВ зі швидкістю, що відповідає окружній швидкості робочих валків V_B , а третя жорстка зона розташована лівіше лінії АТ і переміщається зі швидкістю V_1 , пов'язаної функціонально зі швидкістю V_0 як $V_1 = V_0 h_0 / h_1$.

З іншого боку, використовуючи як зв'язок між швидкостями

V_0 і V_B , а також між швидкостями V_1 і V_B умова рівності їх нормальних компонентів на лініях ВО і АТ, відповідно, отримаємо наступне математичне співвідношення [19]:

$$\lambda = V_1 / V_0 = (1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \gamma) / (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \beta), \quad (2.1)$$

де λ – показник витяжки у цьому проході;

α – кут нахилу хорди, що апроксимує контактну поверхню;

γ, β – кутові характеристики кінематично можливого поля швидкостей (див. рис. 2.1).

Розриви тангенціальних компонент швидкостей на лініях ВО та АТ, у свою чергу, можуть бути визначені як

$$\Delta V_{B0} = V_B \sin \alpha / \sin \beta; \quad \Delta V_{A0} = V_A \sin \alpha / \sin \gamma; \quad (2.2)$$

з урахуванням чого сумарна потужність зрізу може бути виражена залежністю виду:

$$N_{\Sigma} = \frac{K_{c2} V_B h_0 \sin \alpha}{2} \left\{ \frac{1}{\sin^2 \beta} \left[1 + \frac{2h_{03}}{h_0} \left(\frac{K_{c3}}{K_{c2}} - 1 \right) \right] + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{2h_{03}}{\lambda h_0} \left(\frac{K_{c3}}{K_{c2}} - 1 \right) \right] \right\}, \quad (2.3)$$

де K_{c2}, K_{c3} – середньоінтегральні по довжині вогнища деформації значення опору зсуву матеріалів внутрішньої і зовнішньої складової композиції, що прокочується [9–12];

де $m_1 = L/h_{cp}$ – геометричний показник форми осередку деформації.

З урахуванням підстановки умови (2.6) до рівняння (2.3), а також з урахуванням аналітичних описів усереднених значень дотичних τ_c та нормальних p_c контактних напружень, що впливають із балансу енергетичних витрат та умови рівноваги,

$$\tau_c = N_{\Sigma} \cos \alpha / (LV_{\theta}); \quad p_c = \tau_c \operatorname{tg} \alpha = N_{\Sigma} \cos \alpha / (LV_{\theta} \operatorname{tg} \alpha), \quad (2.7)$$

кількісну оцінку сили прокатки P , наведену до одиниці ширини, після невеликих математичних перетворень можна виразити як:

$$\frac{P}{B} = \frac{\tau_0}{\cos \alpha} \sin \alpha + \frac{p_c L}{\cos \alpha} = 2K_{cc} L \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_1} + m_1 \right), \quad (2.8)$$

де $2K_{cc}$ – усереднений по всьому об'єму заготовки, що деформується, показник подвоєного опору зсуву

$$2K_{cc} = (2K_{c1}h_{01} + 2K_{c2}h_{02} + 2K_{c3}h_{03})/h_0 = \sum_{i=1}^n 2K_{ci}h_{oi}/h_0,$$

де i, n – порядкові номери та загальна кількість складових багатошарової поліметалічної композиції;

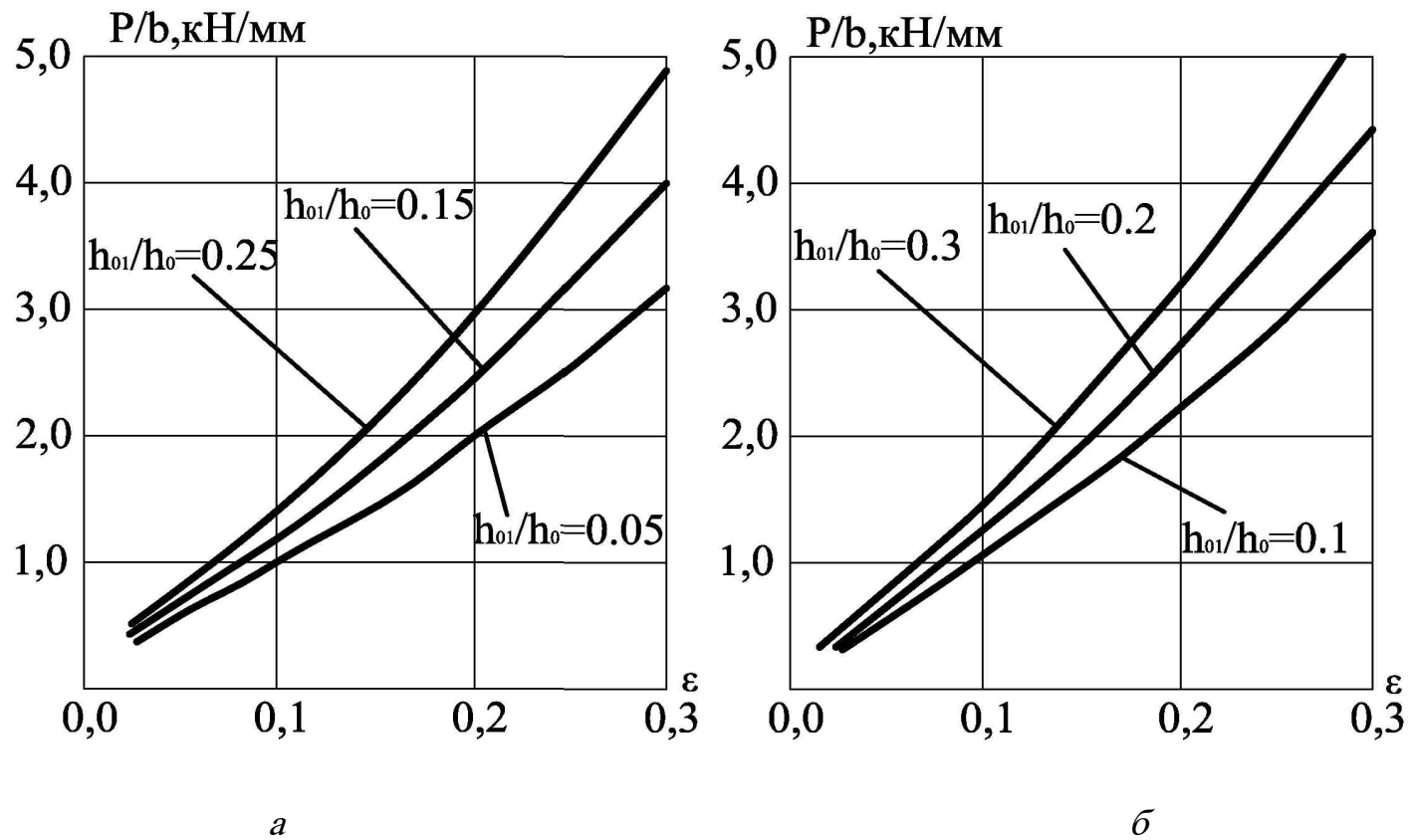
h_{oi} – значення вихідних товщин даних складових.

З аналізу залежності (2.8) (рис. 2.2), достатній ступінь достовірності якої підтверджено результатами експериментальних досліджень, виконаних автором роботи [18], є очевидним, що в загальному випадку розрахунок енергосилових параметрів процесу прокатки відносно товстих багатошарових поліметалевих листів і смуг, що характеризуються наявністю отриманих попередньо досить міцних металевих зв'язків, може бути зведений до використання відомих [4, 6-8, 10] і в достатньо широко апробованих аналітичних рішень при одночасному усередненні механічних властивостей не тільки по довжині, але та за висотою вогнища деформації. Зазначене, у свою чергу, є справедливим стосовно деформації симетричних композицій з будь-якою кількістю складових, а також стосовно деформації монометалевих структур, що характеризуються невідповідністю температурно-швидкісних умов, а отже, і невідповідністю механічних властивостей для різних за рівнем ліній струму.

Продовжуючи аналіз процесу прокатки відносно товстих поліметалевих листів і смуг необхідно зазначити, що розглянута вище інженерна методика розрахунку, що передбачає рівність витяжок окремих складових, є прийнятною тільки за наявності досить розвинених зовнішніх зон. З метою уточнення кінематики пластичного перебігу, що має місце при прокатці передніх і задніх кінців багатошарової поліметалічної заготовки, розглянемо кілька видозмінених кінематично можливі поля швидкостей, що характеризуються наявністю цілого ряду додаткових жорстких зон (рис. 2.3 і 2.3) [2]. При цьому у випадку, що відноситься переважно до процесу прокатки переднього кінця заготовки [20] (див. рис. 2.3), перша жорстка зона 1233+2+1+, розташована правіше за межі початку вогнища деформації 123,

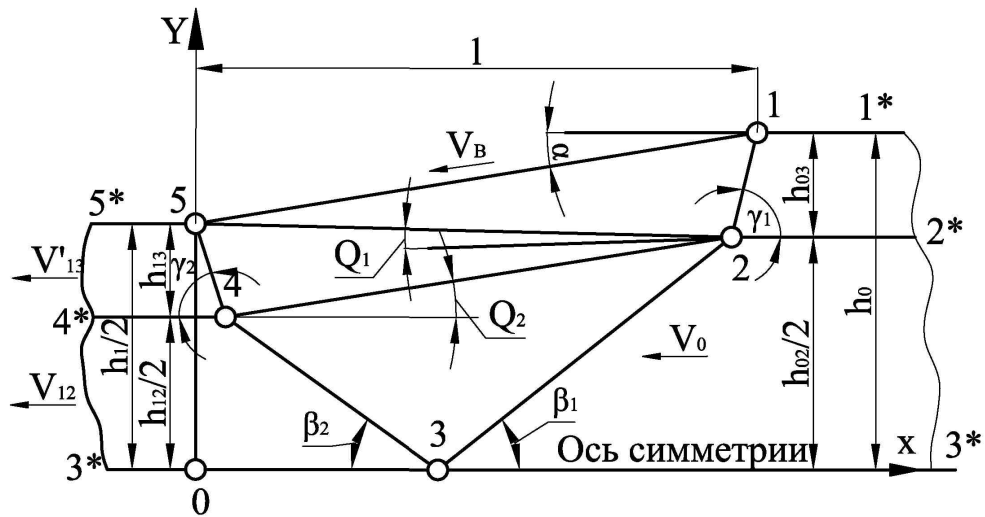
переміщується зі швидкістю V_0 , а друга жорстка зона 125 переміщається паралельно лінії 5 зі швидкістю, що відповідає окружній швидкості робочих валків V_v . Швидкості переміщення жорстких зон 245 і 234 (див. рис. 2.3) визначаються в результаті побудови кінематично можливого поля швидкостей, при цьому швидкості переміщення жорстких зон 33 4 4 і 44 5 5, тобто. результуючі швидкості переміщення внутрішньої і зовнішньої складових аналізованої тришарової біметалічної композиції, можуть бути не рівні між собою, і саме їх співвідношення підлягає визначенню, виходячи з умови мінімуму сумарної потужності зсуву.

Безпосередньо побудова кінематично можливих полів швидкостей у цих випадках здійснювали за аналогією з чисельною інтерпретацією методу полів ліній ковзання (див. рис. 1.5), тобто шляхом кількісного

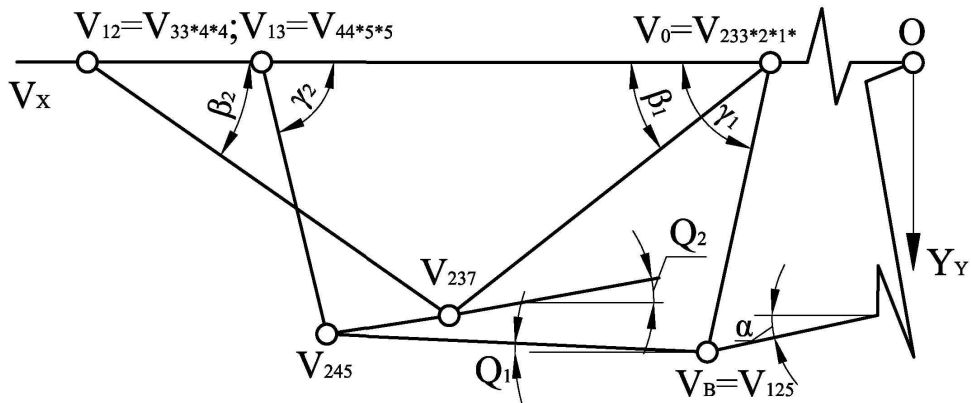


$h_0 = 10.0$ мм, $R_1 = R_2 = 130$ мм

Рисунок 2.2 – Розрахункові розподіли наведеної величини сили прокатки P/b , отримані з основної деформації та рибарової біметалічної композиції «мідь МІ-алюміній АДО-мідь МІ» на промислово-лабораторному стані 260x200



a



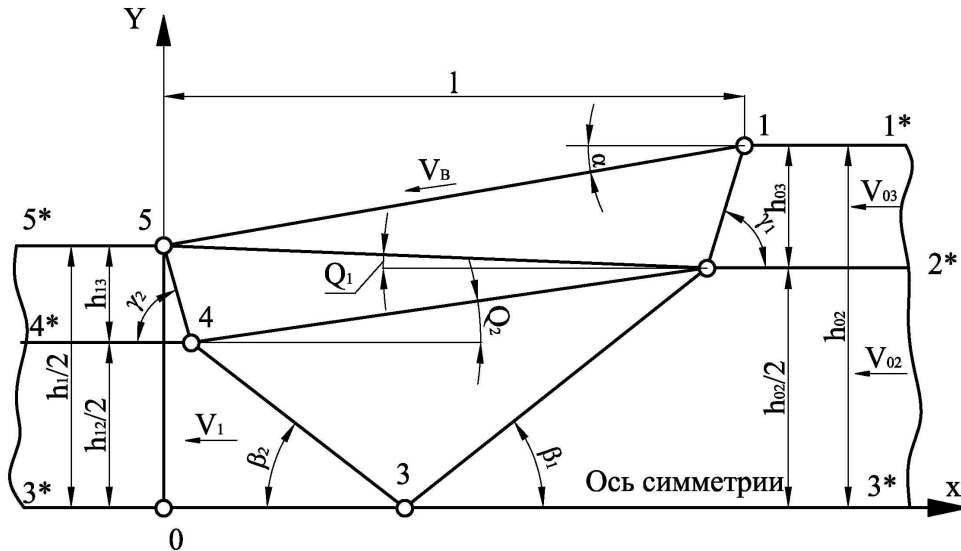
б

Рисунок 2.3 – Кінематично можливе поле швидкостей еліпса осовно аналізу процесу прокату кінця тришарової біметалічної композиції

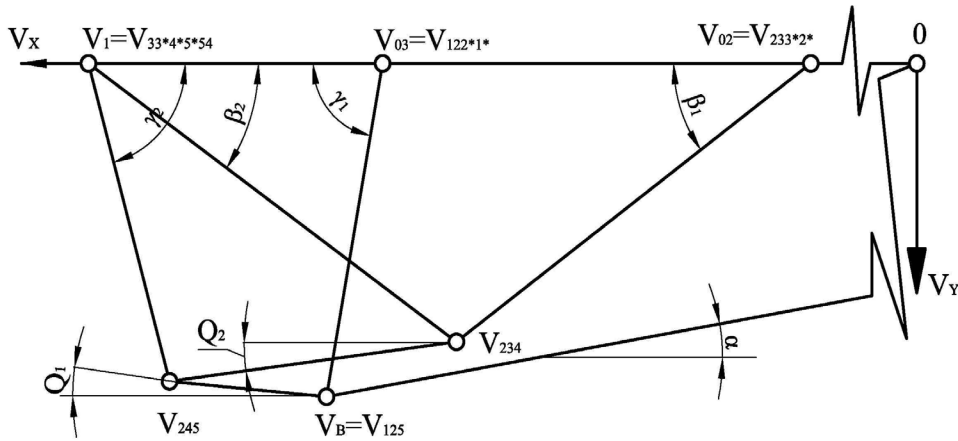
визначення на ЕОМ координат спеціальних точок у фізичній площині xOy (див. рис. 2.3, а) та площині годографа $V_xO V_y$ (див. рис. 2.3, б). Як додаткові зв'язки, що забезпечують зниження кількості варіюючих параметрів при аналізованій варіаційній постановці методу верхньої оцінки, використовували умови рівності кутівих характеристик:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma \text{ и } \beta_1 = \beta_2 = \beta, \quad (2.9)$$

є, як це впливає з результатів виконаного раніше (див. рис. 2.1) аналізу, цілком обґрунтованими з точки зору зниження сумарної потужності зсуву на межах розділу для кожної із складових. З урахуванням викладеного вище, а також з урахуванням відомих значень загальної протяжності вогнища деформації L , величини кута контакту $2\alpha = \arcsin(L/R)$, вихідних $h_{01} = h_{03}$, h_{02} та результуючої h_1 товщина алгоритм визначення координат особливих точок (див. рис. 2.3) може бути представлений в



a



б

Рисунок 2.4 – Кінематично можливе поле швидкостей еліпса осовно аналізу процесу прокату кінця заднього кінця або процесу плакування тришарової біметалічної композиції

вигляді наступної послідовності суто геометричних рішень [20–23]:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= l; y_1 = h_0/2; \beta = \arctg \left\{ 0,5(h_{02} + h_1 - 2h_{13}) / [l - (h_{03} + h_{13}) / \text{tg} \gamma] \right\}; \\
 x_2 &= x_1 - h_{03} / \text{tg} \gamma; y_2 = h_{02}/2; x_3 = x_2 - h_{02} / (2 \text{tg} \beta); y_3 = 0,0; \\
 x_4 &= h_{13} / \text{tg} \alpha; y_4 = h_1/2 - h_{13}; x_3 = 0,0; y_3 = h_1/2; \\
 V_{x_{1233}^* 2^* 1^*} &= V_0; V_{y_{1233}^* 2^* 1^*} = 0,0; V_{x_{123}} = V_0 \text{tg} \alpha / (\text{tg} \gamma - \text{tg} \alpha); \\
 V_{y_{123}} &= V_{x_{123}} \text{tg} \alpha; V_{12} = V_{x_{33}^* 4^* 4^*} = V_0 h_{02} / (h_1 - 2h_{13}); V_{y_{33}^* 4^* 4^*} = 0,0; \\
 V_{x_{234}} &= (V_0 + V_{12}) / 2; V_{y_{234}} = (V_{x_{234}} - V_0) \text{tg} \beta; Q_1 = \arctg(y_3 - y_2) / (x_2 - x_3); \\
 Q_2 &= \arctg(y_2 - y_4) / (x_2 - x_4); V_{x_{245}} = (V_{y_{123}} - y_{234} + V_{x_{123}} \text{tg} Q_1 + V_{x_{234}} \text{tg} Q_2) / (\text{tg} Q_1 + \text{tg} Q_2);
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

$$V_{y245}=V_{y234}+(V_{x245}-V_{x234})tqQ_2; V_{13}=V_{x14}^{*} V_{33}^{*}=V_{x245}+V_{y245}/tq\gamma;$$

$$V_{y33}^{*} V_{44}^{*}=V_{y44}^{*} V_{33}^{*}=0,0. \quad (2.11)$$

З аналізу представлених залежностей є очевидним, що в загальному випадку завдання з розрахунку аналізованого (см. рис. 2.3) кінематично можливого поля швидкостей зводиться до визначення двох параметрів h_{13} і γ , що забезпечують мінімум сумарної потужності зсуву N_x , кількісна оцінка якої, у свою чергу, може бути визначена як:

$$N_x = N_{12} + N_{23} + N_{24} + N_{25}N_{34} + N_{45}, \quad (2.12)$$

де N_{ij} – значення потужності зсуву на відповідних межах розділу, визначені, виходячи з очевидних залежностей виду:

$$N_{12} = K_{c3}\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \times$$

$$\times \sqrt{(V_{x123} - V_{x1233^*2^*1^*})^2 + (V_{y123} - V_{y1233^*2^*1^*})^2};$$

$$N_{23} = K_{c2}\sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} \times$$

$$\times \sqrt{(V_{x234} - V_{x233^*2^*1^*})^2 + (V_{y234} - V_{y233^*2^*1^*})^2};$$

$$N_{24} = K_{c2}\sqrt{(x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2} \times$$

$$\times \sqrt{(V_{x245} - V_{x234})^2 + (V_{y245} - V_{y234})^2}; \quad \text{при } K_{c2} \leq K_{c3};$$

$$N_{24} = K_{c3}\sqrt{(x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2} \times$$

$$\times \sqrt{(V_{x245} - V_{x234})^2 + (V_{y245} - V_{y234})^2}; \quad \text{при } K_{c3} \leq K_{c2};$$

$$N_{12} = K_{c3}\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} N_{12} = K_{c3}\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} N = K_{c3}\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 -$$

$$N_{24} = K_{c3}\sqrt{(x_2 - x_5)^2 + (y_2 - y_5)^2} \times$$

$$\times \sqrt{(V_{x123} - V_{x245})^2 + (V_{y123} - V_{y245})^2};$$

$$N_{34} = K_{c2}\sqrt{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2} \times$$

$$\times \sqrt{(V_{x234} - V_{x33^*4^*4})^2 + (V_{y234} - V_{y33^*4^*4})^2};$$

$$N_{45} = K_{c3}\sqrt{(x_4 - x_5)^2 + (y_4 - y_5)^2} \times$$

$$\times \sqrt{(V_{x245} - V_{x44^*5^*5})^2 + (V_{y245} - V_{y33^*5^*5})^2}. \quad (2.13)$$

Аналогічно було вирішено і завдання, що стосується процесу плакування [18], або прокатки, заднього кінця тришарової біметалічної композиції

(див. рис. 2.4) [21-23]. Однак враховуючи, що в цьому випадку вся жорстка зона 33+4+5+54 переміщується зі швидкістю V_1 , а жорсткі зони 122+1+ і 233+2+ можуть переміщатися з різними швидкостями V_03 і V_02 визначення геометричних координат особливих точок у площині годографа (див. рис. 2.4, б) виробляли на

основі кілька видозмінених залежностей [22]:

$$\begin{aligned}
 V_{x33}^{* * *} &= V_1; V_{y33}^{* * *} = 0,0; V_{02} = V_{x233}^{* *} = V_1(h_1 - 2h_{13})/h_{02}; V_{y233}^{* *} = 0,0; \\
 V_{x234} &= 0,5(V_1 + V_{02}); V_{y234} = (V_{x234} - V_{02})tq\beta; Q_1 = \arctg(y_5 - y_2)/(x_2 - x_5); \\
 Q_2 &= \arctg(y_2 - y_4)/(x_2 - x_4); V_{x245} = (V_1 tq\gamma - V_{y234} + V_{x234} tqQ_2)/(tqQ_2/tq\gamma); \\
 V_{y245} &= (V_1 - V_{x245}) tq\gamma; V_{x123} = V_3 = (V_{y245} - V_{x245} tqQ_1)/(tqQ_1/tq\alpha); \\
 V_{y125} &= V_{x125} tq\alpha; \\
 V_{x122}^{* *} &= V_{03} = V_{x125} - V_{e125}/tq\gamma; V_{y122}^{* *} = 0,0.
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Укрупнена блок-схема алгоритму двопараметричного мінімізуючого рішення, заснованого на використанні методу Гаусса-Зейделя [24], представлена на малюнку 2.5, а як приклади результатів чисельної реалізації отриманих програмних засобів на малюнку 2.6 представлені розрахункові кінематично можливі поля швидкостей при прокатці і переднього та заднього кінців тришарової біметалічної композиції. Динаміка зміни сумарної потужності зсуву, що підтверджує наявність досить стійкого мінімуму, ілюстрована на малюнку 2.7, при цьому отримуване значення N_{min} , за аналогією з (2.7) і (2.8), може бути використане для визначення середньоінтегральних значень дотичних s і нормальних rc контактних напружень:

$$\begin{aligned}
 \tau_c &= N_{\Sigma min}/(LV_B) = N_{\Sigma min} \cos\alpha / (L \sqrt{V_{x125}^2 + V_{y125}^2}); \\
 p_c &= \tau_c/tq\alpha = N_{\Sigma min} \cos\alpha / (Ltq\alpha \sqrt{V_{x125}^2 + V_{y125}^2}),
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

а також для визначення сили і моменту прокатки, наведених до одиниці ширини заготовлі, що прокатується:

$$P/b = \tau_c Ltq\alpha + p_c L; M/b = 2\tau_c LR / \cos\alpha. \tag{2.16}$$

Безпосередньо розрахункові розподіли співвідношень кінематичних параметрів, отримані стосовно процесу прокатки різних композицій, ілюстровані малюнку 2.8, які аналіз дозволив встановити, що невідповідність у рівнях механічних властивостей різних складових тягне за собою та невідповідність у кінематиці їх пластичної течії. Більш інтенсивний розвиток пластичної деформації має місце для складових з меншими рівнями механі-

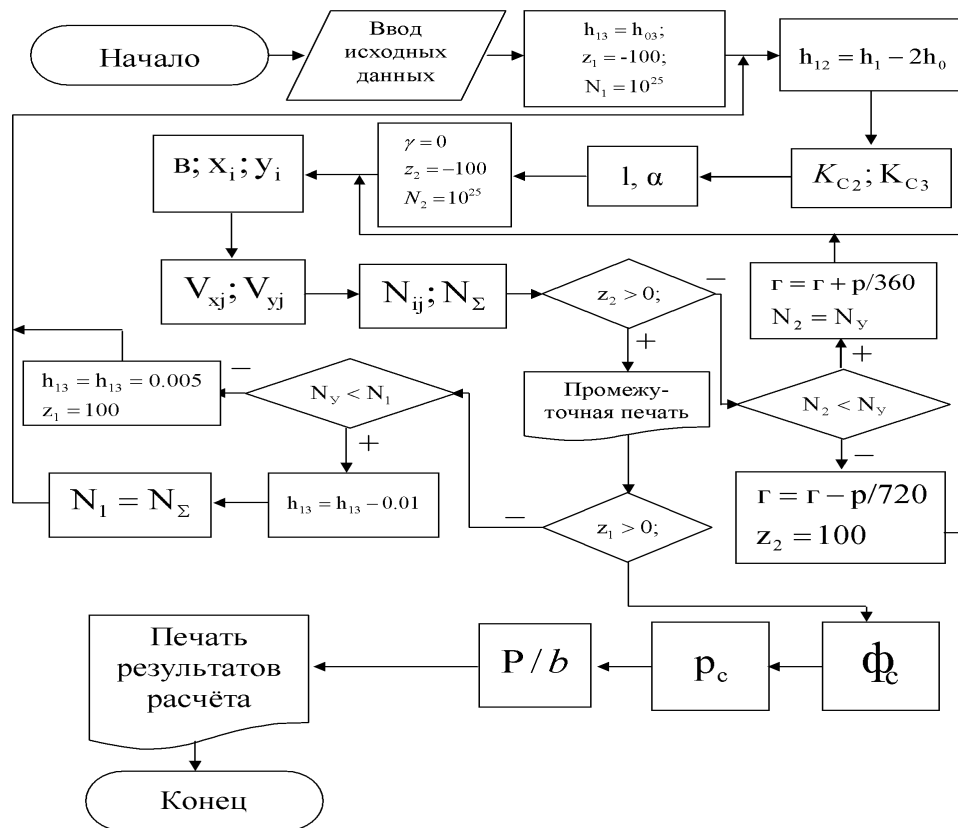


Рисунок 2.5 – Укрупнённая блок-схема алгоритма расчёта кинематически возможных полей скоростей на основе двухпараметрической минимизации суммарной мощности и сдвига

чних властивостей, причому зі збільшенням відносної товщини плакуючих шарів, а також при збільшенні відносного обтіснення ступінь неоднорідності і кінематичного і деформованого станів зростає дуже істотно (рис. 2.9).

Виявлені кількісні та якісні співвідношення повністю відповідають результатам експериментальних досліджень [18, 25, 26], а це, у свою чергу, дозволяє використовувати отримані програмні засоби для вирішення цілого ряду технологічних завдань, пов'язаних з процесом гарячої або холодної прокатки багатшарових поліметалевих композицій.

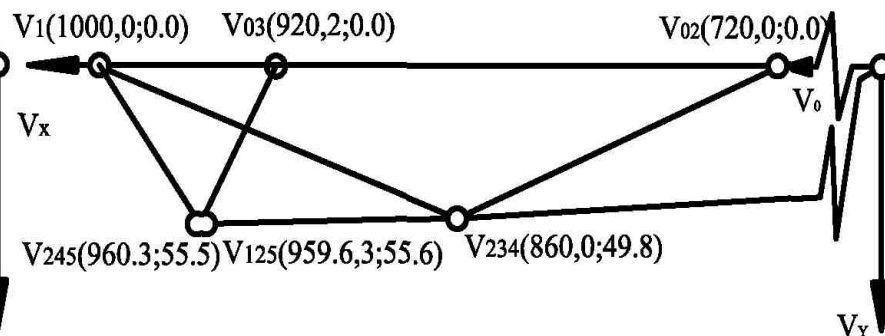
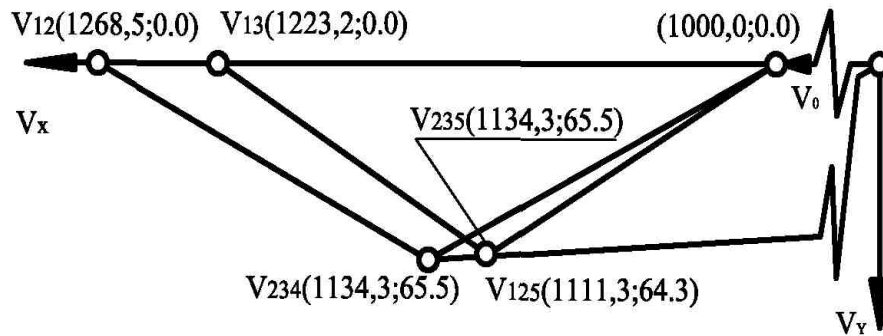
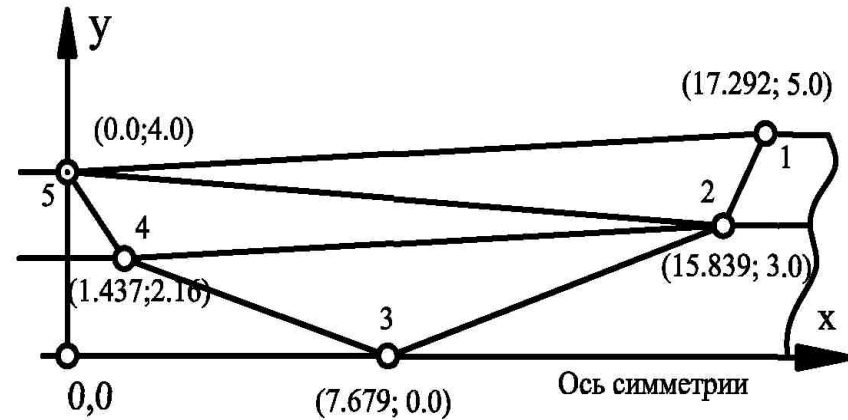
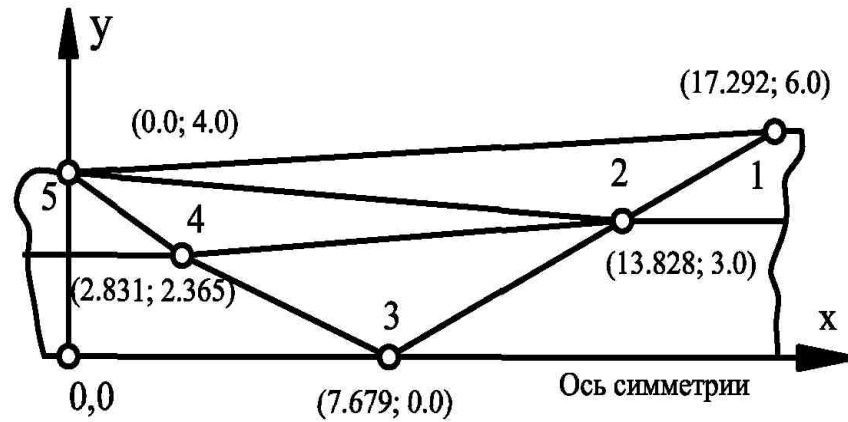
Зокрема, при суперпозиційному узагальненні з відомими рішеннями з формоутворення монометалевих заготовок різної вихідної товщини [4] розглянуті програмні засоби були використані стосовно прогнозування форми передньої і задньої торцевих граней листів, що прокочуються. Крім того, з урахуванням додаткової складової потужності зсуву:

$$N_{44}^* = K_{c2}(V_{12}-V_{13})L_{44}^* \text{ – при } K_{c2} \leq K_{c3},$$

або

$$N_{44} = K_{c2}(V_{13}-V_{12})L_{44} \text{ – при } K_{c2} > K_{c3}, \quad (2.17)$$

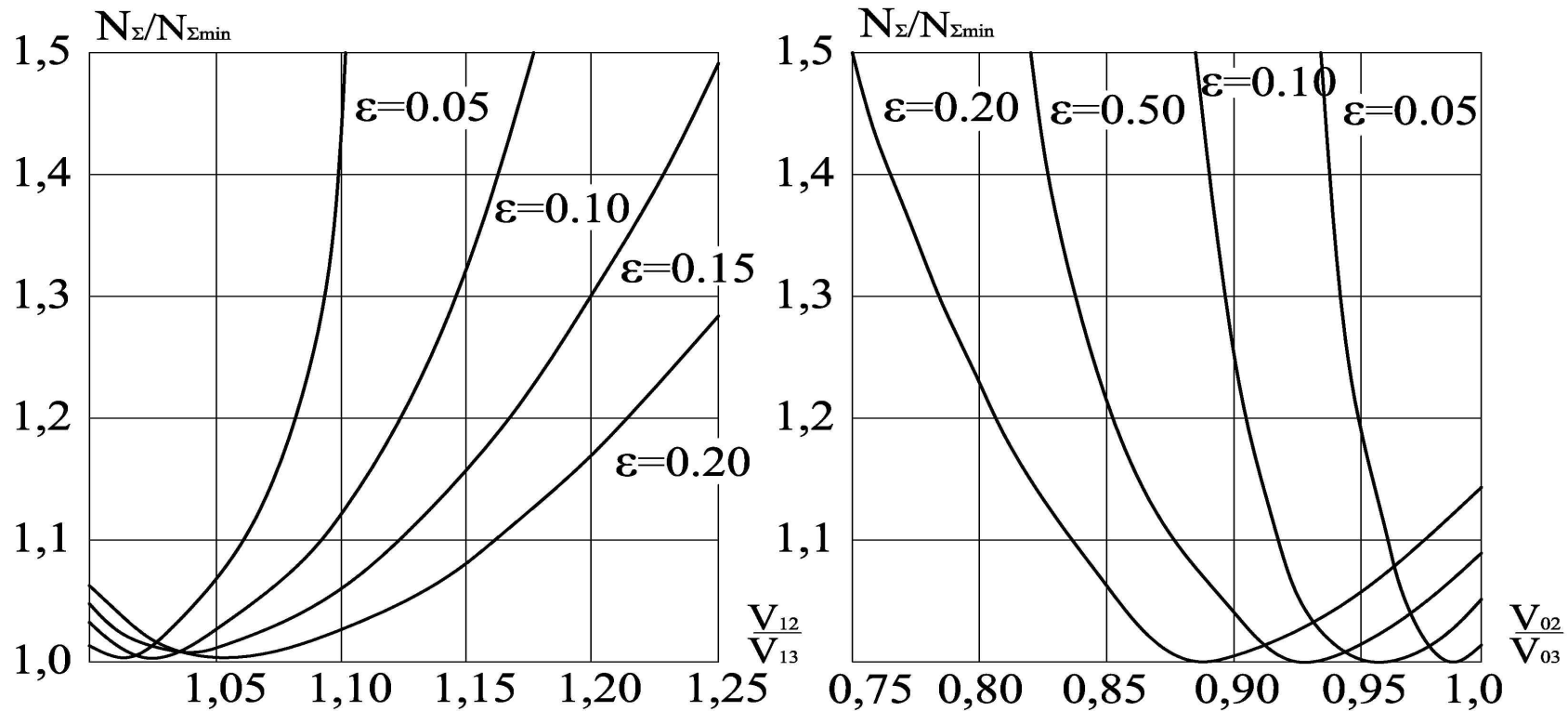
кількісний аналіз кінематично можливих полів швидкостей



a – мідь МІ-алюміній-мідь МІ;

б – ст аль 08кп-алюміній-ст аль- 08кп

Рисунок 2.6 – Кінематично можливі поля швидкостей v , отримані з урахуванням мінімізації сумарної потужності зрізу стосовно процесу прокатки переднього (а) і заднього (б) кінців тришарової біметалічної композиції

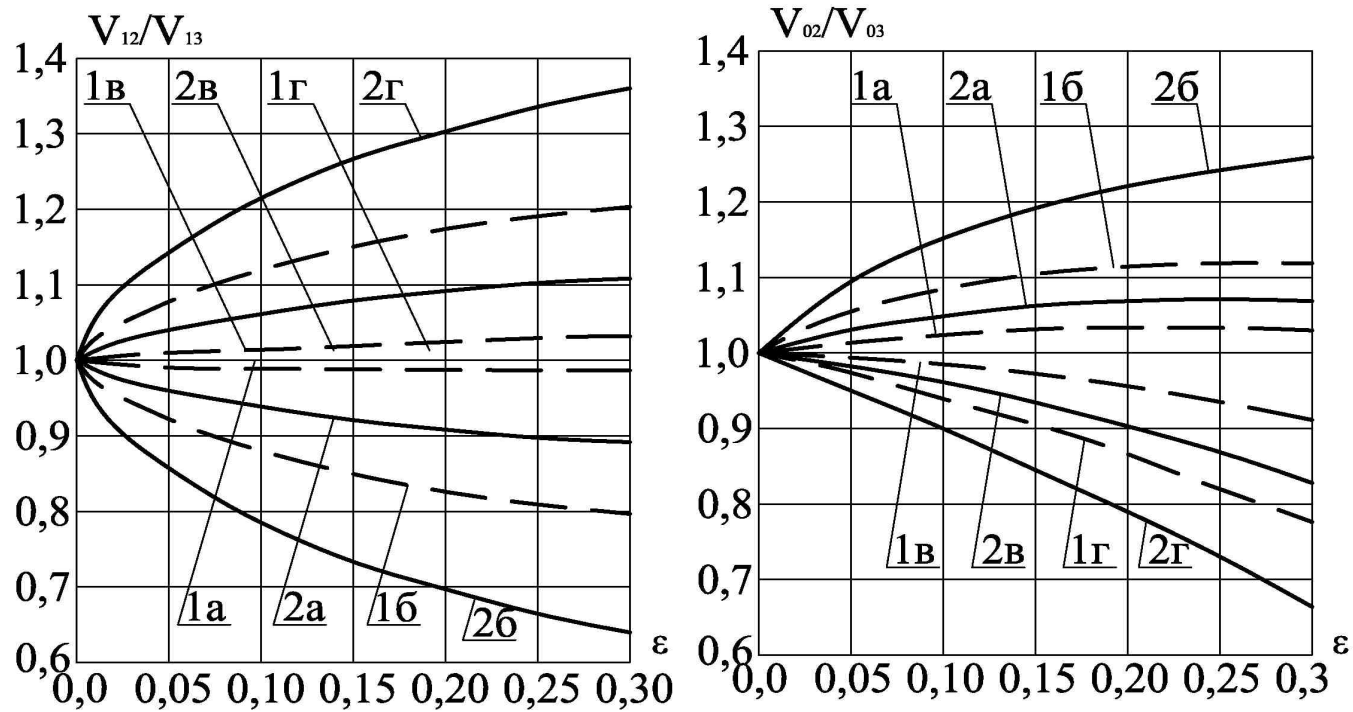


a

b

$h_0 = 10 \text{ мм}, h_{01} = h_{03} = 2,0 \text{ мм}, h_{02} = 6,0 \text{ мм}, R = 150 \text{ мм}$

Рисунок 2.7 – Розрахункові розподіли, що характ еризують динаміку зміни наведеного значення сумарної пот уж ност і зсуву в залеж ност і від співвідношення кінемат ичних парамет рів, що мають місце при прокат ці переднього (а) і заднього (б) кінців т ритарової бімет алічної композиції «мідь МІ-алюміній-мідь МІ»

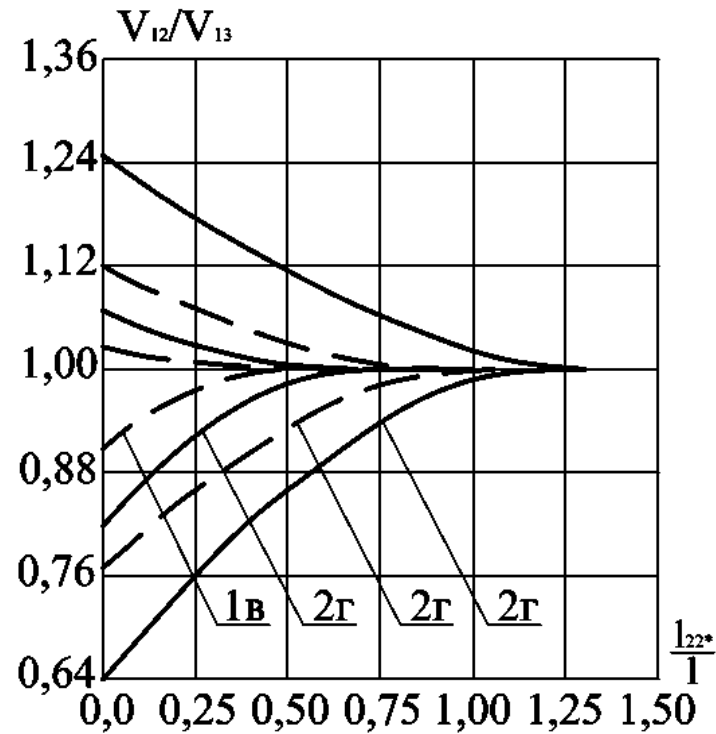
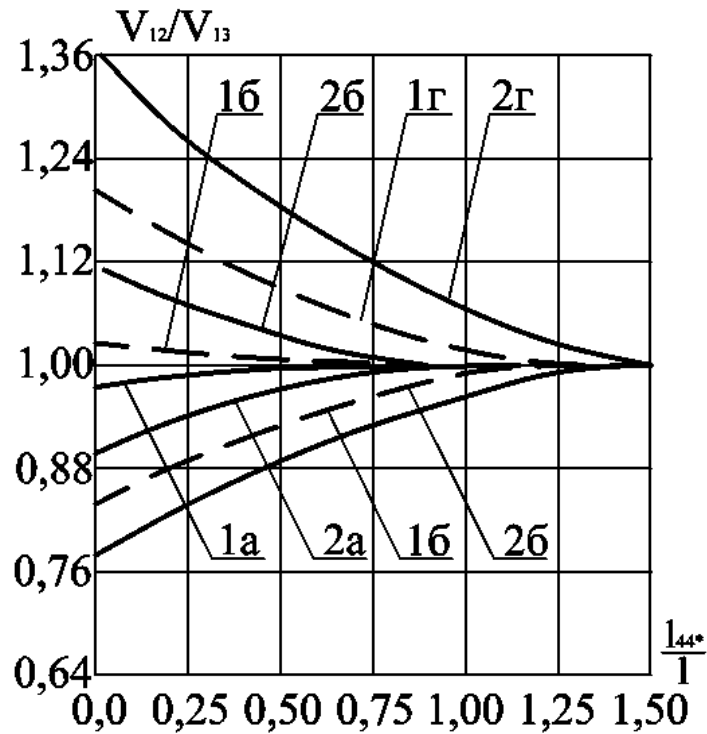


а

б

$h_0 = 10 \text{ мм}$, $R = 150 \text{ мм}$, 1 – $h_{01} = h_{03} = 1,0 \text{ мм}$, $h_{02} = 8,0 \text{ мм}$; 2 – $h_{01} = h_{03} = 2,0 \text{ мм}$, $h_{02} = 6,0 \text{ мм}$
 а – «алюміній-мідь МІ-алюміній»; б – «алюміній-ст аль 08кп-алюміній»; в – «мідь МІ – алюміній»;
 г – «ст аль 08кп – алюміній – ст аль 08кп»

Рисунок 2.8 – Розрахункові розподіли, що характ еризують кінемат ичні парамет ри процесу прокату переднього та заднього кінців різних за геомет рією та складом тришарових бімет алічних композицій



a

б

$h_0 = 10 \text{ мм}, h_1 = 7 \text{ мм}, R = 150 \text{ мм}; I - h_{01} = h_{03} = 1,0 \text{ мм}, h_{02} = 8,0 \text{ мм}; II - h_{01} = h_{03} = 2,0 \text{ мм}, h_{02} = 6,0 \text{ мм};$

a – «алюміній-мідь М1-алюміній»; *б* – «алюміній-ст аль 08кп-алюміній»;

в – «мідь М1-алюміній-мідь М1»; *г* – «ст аль 08кп-алюміній-ст аль 08кп»

Рисунок 2.9 – Розрахункові розподіли, що характеризують кінематичні параметри процесу прокату тришарових біметалічних композицій залежно від відносної протязності передньої (а) та задньої (б) зовнішніх зон

першого виду (див. рис. 2.3) був використаний для вирішення нестационарного завдання з моделювання процесу прокатки переднього кінця з різною довжиною передньої зовнішньої зони L_{44}^* . Аналогічна задача на основі кінематично можливих полів швидкостей другого виду (див. рис. 2.4) була вирішена і відносно протяжності задньої зовнішньої зони L_{22}^* :

$$\begin{aligned} N_{22}^* &= K_{c2}(V_{13}-V_{12})L_{22}^* - \text{при } K_{c2} \leq K_{c3}; \\ N_{22}^* &= K_{c3}(V_{12}-V_{13})L_{22} - \text{при } K_{c2} > K_{c3}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

а отримані в цьому випадку результати свідчать про те, що в міру збільшення протяжностей відповідних зовнішніх зон ступінь неоднорідності кінематичного стану знижується і у разі відносних протяжностей L_{44}^*/L або L_{22}^*/L , перевищують 1,3...2,0, швидкості переміщення різних складових стають практично еквівалентними.

Тут слід вказати на те, що крім процесу прокатки багат шарових поліметалевих композицій, що характеризуються наявністю отриманих попередньо металевих зв'язків, кінематично можливі поля швидкостей другого виду (див. рис. 2.4) з урахуванням заміни складової потужності зсуву N_{24} на складову потужності відносного за наявності міжшарових дотичних напружень τ_{24} ,

$$N_{24} = \tau_{24} \sqrt{(x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2} \times \sqrt{(V_{x_{245}} - V_{x_{234}})^2 + (V_{y_{245}} - V_{y_{234}})^2} \quad (2.19)$$

можуть бути використані і відносно аналізу процесу прокатки багат шарових поліметалевих композицій з вільними задніми кінцями, тобто. стосовно аналізу процесу плакування [21-23, 26]. Крім того, при забезпеченні додаткового обліку потужності відносного ковзання на контактних поверхнях деформуючого інструменту (2.3 і 2.4),

$$N_{15} = \tau_{13} \sqrt{(x_1 - x_5)^2 + (y_1 - y_5)^2} \cdot \sqrt{(V_{x_{125}}^2 + V_{y_{125}}^2)}, \quad (2.20)$$

отримані рішення можуть бути поширені і на такі технологічні процеси, як процеси волочіння або процеси пресування багат шарових поліметалевих заготовок, що мають прямокутну форму поперечного перерізу, що мають прямокутну форму поперечного перерізу. [25].

3 ІНЖЕНЕРНІ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ЕНЕРГОСИЛОВИХ ПАРАМЕТРІВ ПРОЦЕСІВ СИМЕТРИЧНОЇ ТА АСИМЕТРИЧНОЇ ПРОКАТКИ ВІДНОСНО ТОНКИХ ЛИСТІВ І СМУГ

Відмінною особливістю інженерних методів розрахунку різних технологічних схем обробки металів тиском, у тому числі і різних технологічних схем процесу прокатки, є відносна простота і, як наслідок, мінімальна трудомісткість їх чисельної реалізації [7, 8, 10, 17, 27- 30]. Зазначене, у свою чергу, дозволяє використовувати дані методи та відповідні їм алгоритми як цільові функції при вирішенні завдань багатоваріантного плану, якими, зокрема, є завдання імітаційного моделювання, а також задачі оптимізації та автоматизованого проектування.

Відносно інженерного аналізу напруженого стану при симетричній прокатці відносно тонких смуг в даний час найбільшого поширення набули залежності роботи [7], тоді як аналогічні рішення для процесу асиметричної прокатки [28, 30] дещо відрізняються і за обсягом прийнятих припущень, і за характером використовуваного надалі математичного апарату. Зазначене видно-змінює як проміжні, так і кінцеві рішення, а це, у свою чергу, ускладнює проведення порівняльного аналізу процесу прокатки стосовно всього діапазону можливих кінематичних умов його реалізації.

Разом з тим методика, запропонована в роботі [7], дозволяє отримати і більш загальні аналітичні описи, у тому числі стосовно процесу асиметричної прокатки з заданим співвідношенням окружних швидкостей робочих валків $K_v = V_{v1} / V_{v2}$. Так, здійснивши для даного випадку спільне рішення диференціального рівняння рівноваги і умови пластичності з урахуванням наявності змішаної зони апроксимації кожною з контактних поверхонь однією хордою і заміни поточних показників механічних властивостей і умов контактної тертя на їх середньоінтегральні оцінки, отримуємо аналітичні описи розподілів нормальних контактних напружень по довжині зони відставання r_{xot} , змішаної зони r_{xsm} і зони випередження r_{xop} (рис. 3.1) відповідно [31]:

$$p_{xot} = 2K_c \xi_0 \left(\frac{h_o}{h_x} \right)^{(\delta_0-1)} ; p_{xom} = 2K_c \xi_0 \left(\frac{h_o}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0-1)} \left(\frac{h_{n2}}{h_x} \right)^{(\delta_1-1)} ;$$

$$p_{xop} = 2K_c \xi_1 \left(\frac{h_x}{h_1} \right)^{(\delta_1+1)} , \quad (3.1)$$

де $2K_c$ – середньоінтегральне по довжині осередку деформації значення подвоєного опору зсуву металу смуги;

$\xi_0 = 1 - \sigma_0 / 2K_c$; $\xi_1 = 1 - \sigma_1 / 2K_c$ – коефіцієнти, що враховують вплив напружень заднього та переднього натягу [7];

$\delta_0 = (f_{c1} + f_{c2})L_c / \Delta h$; $\delta_1 = (f_{c1} - f_{c2})L_c / \Delta h$; – коефіцієнти, що характеризують граничні умови у зонах відставання та випередження, а також у змішаній зоні;

f_{c1}, f_{c2} – середньоінтегральні оцінки коефіцієнтів зовнішнього тертя на контактних поверхнях провідного та веденого робочих валків;

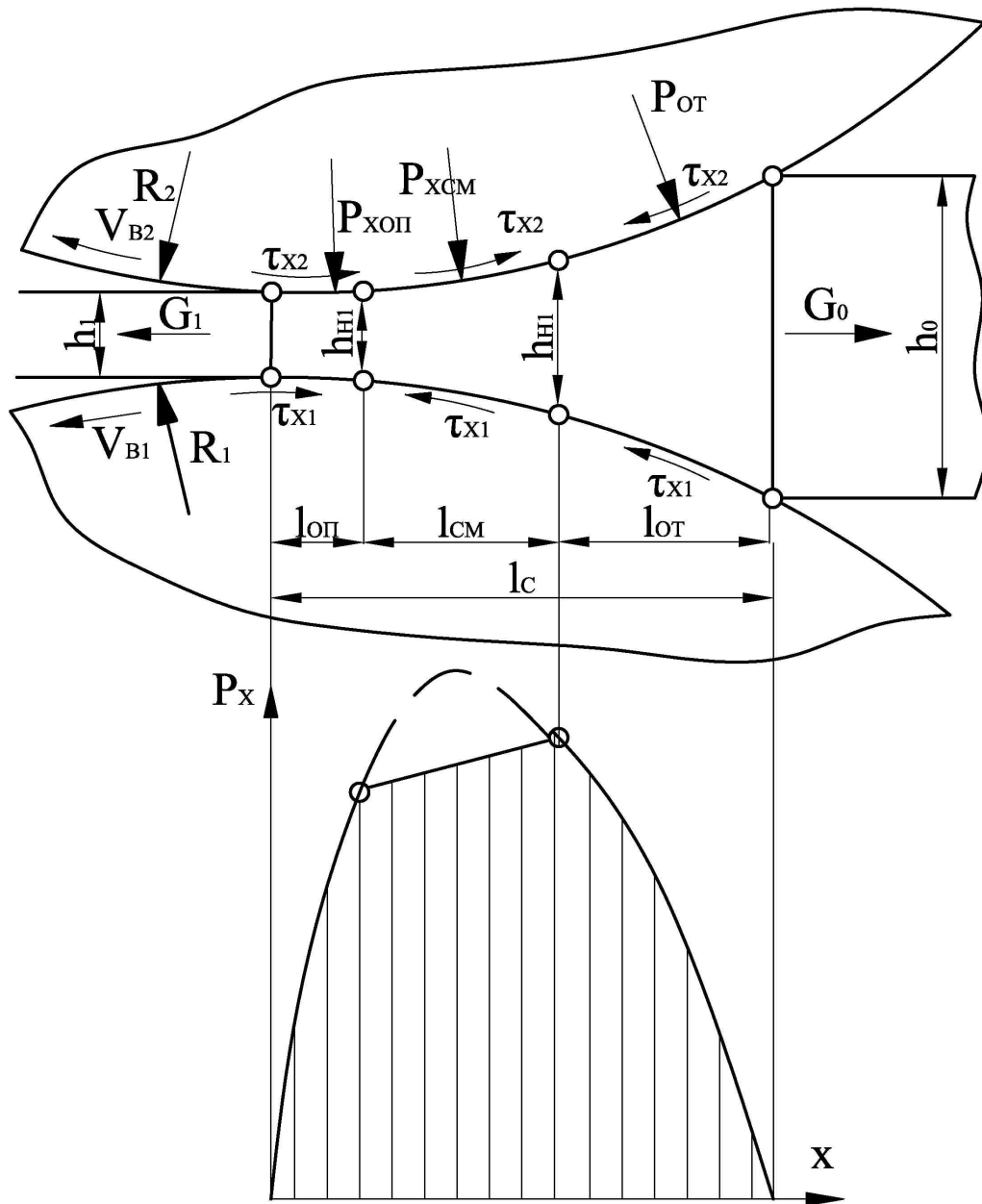


Рисунок 3.1 – Розрахункова схема вогнища деформації процесу асиметричної прокатки ($V_{B1} > V_{B2}$)

L_c – довжина дуги контакту з урахуванням пружних деформацій робочих валків і смуги [7, 32].

Проінтегрувавши вирази (3.1) по довжині відповідних зон і визначивши величину нормальних контактних напружень p_c , які є середньоінтегральними по довжині всього осередку деформації, отримаємо [31]:

$$p_c = \frac{2K_c}{\Delta h} \left\{ \xi_0 \frac{h_0}{\delta_0 - 2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0 - 2)} - 1 \right] + \xi_0 \left(\frac{h_0}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0 - 1)} \frac{h_{n2}}{\delta_1 - 2} \left[K_v^{(\delta_1 - 2)} - 1 \right] \right. \\ \left. + \xi_1 \frac{h_1}{\delta_0 + 2} \left[\left(\frac{h_{n1}}{h_1} \right)^{(\delta_0 + 2)} - 1 \right] \right\}, \quad (3.2)$$

де h_{n1} , h_{n2} – товщина смуги в перерізах, що є нейтральними для робочих валків з більшою та меншою окружними швидкостями (див. рис.3.1).

Кількісне визначення h_{n1} та h_{n2} з урахуванням очевидного співвідношення $h_{n1}V_{B1} = h_{n2}V_{B2}$ може бути отримано з умови нерозривності розподілів нормальних контактних напружень p_x у кожному з нейтральних перерізів:

$$h_{n1} = \sqrt[2\delta_0]{\xi_0 h_0^{(\delta_0 - 1)} h_1^{(\delta_0 + 1)} K_v^{(\delta_1 - \delta_0)} / \xi_1}; \quad h_{n2} = K_v h_{n1}. \quad (3.3)$$

Тут слід вказати на те, що з урахуванням невідповідності в інтегральних оцінках коефіцієнтів тертя по довжині зони відставання f_{0t} і зони випередження f_{0p} одного і того ж робочого валка залежності (3.2) і (3.3) дещо видозмінюється і набудуть наступного вигляду:

$$p_c = \frac{2K_c}{\Delta h} \left\{ \xi_0 \frac{h_0}{\delta_0 - 2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0 - 2)} - 1 \right] + \xi_0 \left(\frac{h_0}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0 - 1)} \frac{h_{n2}}{\delta_1 - 2} \left[K_v^{(\delta_1 - 2)} - 1 \right] + \right\} \\ \left. + \xi_1 \frac{h_1}{\delta_0 + 2} \left[\left(\frac{h_{n1}}{h_1} \right)^{(\delta_2 + 2)} - 1 \right] \right\}; \quad (3.4)$$

$$h_{n1} = \sqrt[2(\delta_0 + \delta_2)]{\xi_0 h_0^{(\delta_0 - 1)} h_1^{(\delta_0 + 1)} K_v^{(\delta_1 - \delta_0)} / \xi_1}, \quad (3.5)$$

де $\delta_0 = (f_{om1} + f_{om2})L_c / \Delta h$; $\delta_1 = (f_{op1} + f_{op2})L_c / \Delta h$;
 $\delta_2 = (f_{op1} + f_{op2})L_c / \Delta h$ – коефіцієнти, що характеризують граничні умови у зонах відставання δ_0 , у змішаній зоні δ_1 , та зоні випередження δ_2 .

За аналогією із залежністю (3.2), тобто з урахуванням середньоінтегральних за довжиною відповідних зон значень нормальних контактних напружень, отриманих при інтегруванні виразів (3.1), можуть бути визначені і величини моментів прокатки на провідному М1 і веденому М2 робочих валках. Зокрема, виходячи з умови статичної рівноваги кожного з робочих валків, що розглядається з урахуванням характеру прийнятих припущень, очевидними є наступні співвідношення:

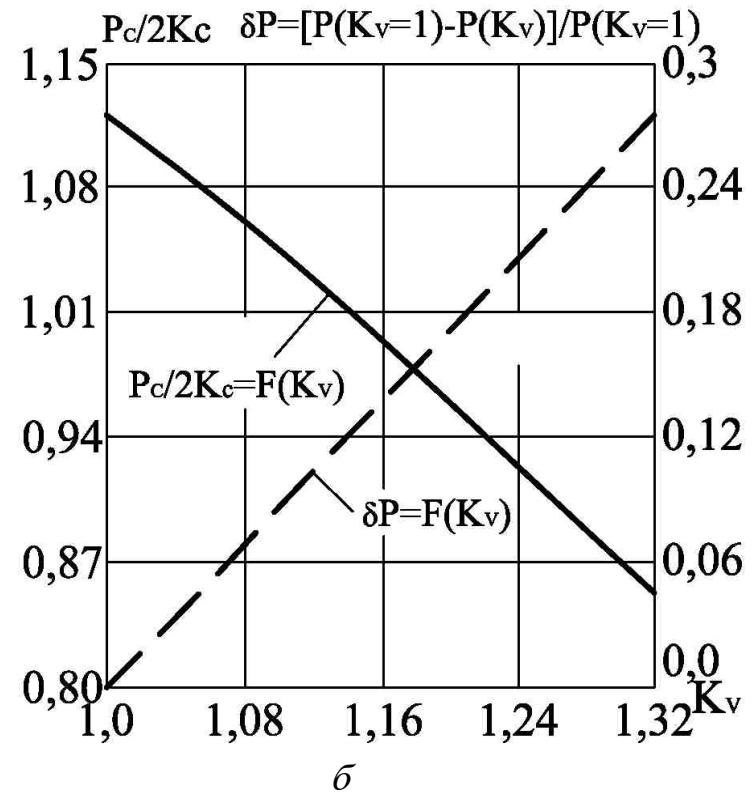
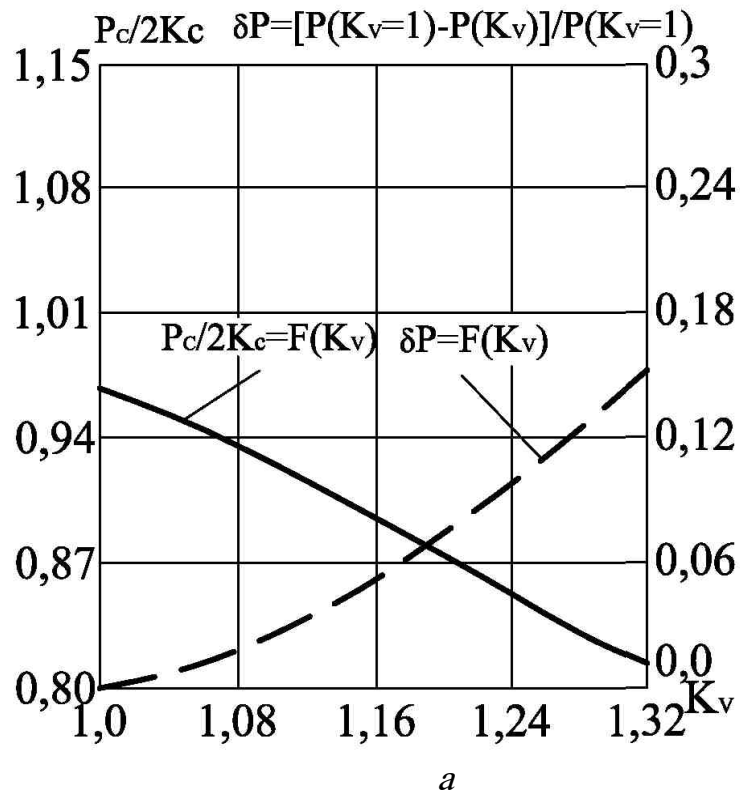
$$M_1 = \frac{2K_c R_1 L_c b}{\Delta h} \left\{ \xi_0 \frac{h_0 f_{om1}}{\delta_0 - 2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0 - 2)} - 1 \right] + \xi_0 \left(\frac{h_0}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0 - 1)} \frac{h_{n2} f_{om1}}{\delta_1 - 2} \times \right. \\ \left. \times \left[K_v^{(\delta_1 - 2)} - 1 \right] - \xi_1 \frac{h_1 f_{om1}}{\delta_2 + 2} \left[\left(\frac{h_{n1}}{h_1} \right)^{(\delta_2 + 2)} - 1 \right] \right\}; \quad (3.6)$$

$$M_2 = \frac{2K_c R_2 L_c b}{\Delta h} \left\{ \xi_0 \frac{h_0 f_{om2}}{\delta_0 - 2} \left[\left(\frac{h_0}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0 - 2)} - 1 \right] - \xi_0 \left(\frac{h_0}{h_{n2}} \right)^{(\delta_0 - 1)} \frac{h_{n2} f_{om2}}{\delta_1 - 2} \times \right.$$

$$\times [K_v^{(\delta_1-2)} - 1] - \xi_1 \frac{h_1 f_{on2}}{\delta_2+2} \left[\left(\frac{h_{n1}}{h_1} \right)^{(\delta_2+2)} - 1 \right]. \quad (3.7)$$

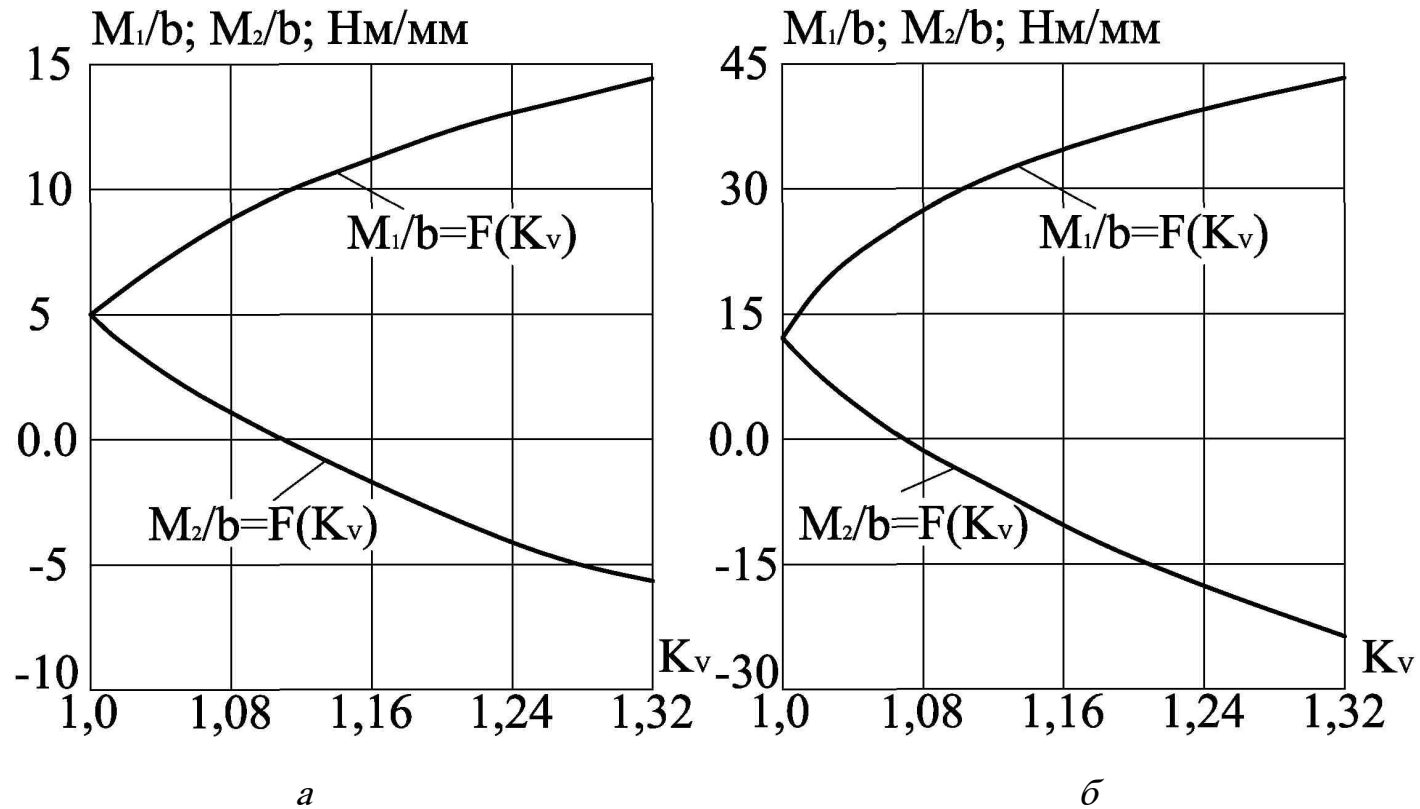
Подані залежності (3.1)–(3.5) у поєднанні з підпрограмою розрахунку середньоінтегрального значення подвоєного опору зсуву $2K_c = 1,155\sigma_{tc}$ [11, 12] і ітераційним рішенням відносно визначення довжини дуги контакту з урахуванням пружних деформацій робочих валків і смуги [32] склали повний алгоритм, чисельна реалізація якого дозволяє досліджувати енергосилові процеси прокатки у всьому діапазоні можливих ступенів його кінематичної та геометричної асиметрії. Як приклад результатів даного дослідження на рисунках 3.2 та 3.3 представлені розрахункові розподіли коефіцієнта напруженого стану $p/2K_c$, показника відносного зниження сили прокатки δP , а також розрахункові розподіли наведених до одиниці ширини значень крутних моментів $M1/b$ та $M2/b$, отриманих при різних співвідношеннях окружних швидкостей робочих валків.

З представлених результатів стає очевидним, що зі збільшенням ступеня кінематичної асиметрії процесу прокатки величина коефіцієнта напруженого стану сили прокатки, а також величини моменту на веденому робочому валку $M2$, внаслідок однозначного впливу перерозподілу протяженостей зон відставання і випередження та зниження ефекту підпираючого впливу сил зовнішнього тертя, монотонно знижуються у всьому діапазоні зміни K_v . Величина ж крутного моменту на провідному робочому валку $M1$ в цьому випадку, навпаки, монотонно зростає, при цьому інтенсивність зазначених змін зі збільшенням відносних обтискань і радіусів робочих валків, а також при деформації більш тонких смуг з більш високими значеннями коефіцієнтів зовнішнього тертя підвищується і підвищується дуже суттєво. Зазначене і кількісно, і якісно повністю відповідає результатам інших, у тому числі й експериментальних досліджень процесу асиметричної прокатки [17, 29, 30], а це, у свою чергу, свідчить про достатню достовірність представлених аналітичних рішень. Продовжуючи аналіз умов реалізації процесів асиметричної прокатки, слід зазначити, що зниження рівня деформуючих сил і поліпшення якості тонких холоднокатаних смуг у ряді випадків можуть бути забезпечені за рахунок створення строго визначеного і постійного в часі співвідношення окружних швидкостей робочих валків і швидкості переміщення переднього кінця смуги. Конструктивно найбільш прийнятним варіантом здійснення даної технологічної схеми є створення охоплення переднім кінцем смуги одного з приводних робочих валків і, як наслідок, створення постійної в часі нульової величини випередження смуги відносно даного валка. Зазначене, зокрема, є характерним для таких процесів, як процес прокатки-волочіння



Сталь 1Х18Н10Т; $h_0=1,0$ мм; $h_1=0,7$ мм; $f_{c1}=0,09$; $f_{c2}=0,08$; $\sigma_0/2K_c=0,2$; $\sigma_1/2K_c=0,3$;

Рисунок 3.2 – Розрахункові розподіли коефіцієнт a напруженого стану $p_c/2K_c$, та величини відносного зниження повного зусилля δP залежно від показника ступеня кінематичної асиметрії процесу холодної прокатки



Сталь 1X18H10T; $h_0=1,0$ мм; $h_1=0,7$ мм; $f_{C1}=0,09$; $f_{C2}=0,08$; $\sigma_0/2K_C=0,2$; $\sigma_1/2K_C=0,3$;

Рисунок 3.3 – Розрахункові розподіли наведених до одиниці ширини смуги значень моментів на провідному M_1/b і ведомому M_2/b робочих валках залежно від показника ступеня кінематичної асиметрії процесу холодної прокатки

(процес ПВ) [33, 34], процес деформації тонких смуг між нерухомим і приводним робочими валками (процес ДНПВ) [17, 35, 36], і процес деформації між не приводним і приводним робочими валками (процес ДХПВ). Разом з тим наявність охоплення одного з робочих валків може бути використана при реалізації інших технологічних схем процесу прокатки, а це, у свою чергу, робить актуальною оцінку технологічних можливостей останніх в даному кінематичному режимі [17, 33-37].

Основною відмінною рисою напруженого стану металу смуги при її деформації з постійною величиною випередження є наявність строго певного напруження переднього натягу, зміна якого в часі функціонально пов'язана з аналогічними змінами вихідних параметрів процесу.

Можливість зазначеної зміни $\square 1$ при створенні, наприклад, охоплення приводного робочого валка переднім кінцем смуги обумовлена наявністю певного резерву і механізму перерозподілу сил тертя-спокою на дузі охоплення.

Торкаючись аналізу структури вогнища деформації, необхідно відзначити, що на контактній поверхні робочого валка, що охоплюється, в даному випадку буде розташована тільки зона відставання, в той час як на контактній поверхні неохоплюваного валка можуть бути розташовані і зона відставання, і зона випередження (рис. 3.4).

Протяжності зазначених зон, відповідно $L_{от}$ і $L_{см}$, визначаються співвідношенням окружних швидкостей робочих валків $V_{в1}/V_{в2}$ або величиною моменту, що повідомляється неохоплюваного валку. Граничними ж випадками умов реалізації є $V_{в1}/V_{в2}1$, що відповідає наявності на обох контактних поверхнях тільки зон відставання та $V_{в1}/V_{в2} \square h_0/h_1$, що за аналогією з процесами ПВ та ДНПВ відповідає наявності на контактній поверхні неохоплюваного робочого валка тільки зони випередження [17, 33-36].

Кількісно необхідну для забезпечення кінематичного режиму, що розглядається, величину напруження переднього натягу, проінтегрувавши диференціальне рівняння рівноваги виділеного елементарного об'єму металу з урахуванням апроксимації кожної контактної поверхні двома хордами (див. рис. 3.4) та інших припущень, прийнятих зазвичай при інженерних [7], можна визначити як [37]

$$\frac{\sigma_1}{2K_c} = \left(\frac{h_n}{h_1}\right)^{\delta_2} \left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1 \delta_2}\right) - \left(\frac{1 - \delta_2}{\delta_2}\right) - \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^{\delta_1} \left(\frac{h_n}{h_1}\right)^{\delta_2} \left(\frac{\delta_1 - 1}{\delta_1} - \frac{\sigma_0}{2K_c}\right), \quad (3.8)$$

де δ_1, δ_2 – коефіцієнти, що характеризують граничні умови в осередку деформації:

$$\delta_1 = (f_{c1} + f_{c2})L_{от}/(h_0 - h_n); \delta_2 = (f_{c1} - f_{c2})L_{см}/(h_n - h_1).$$

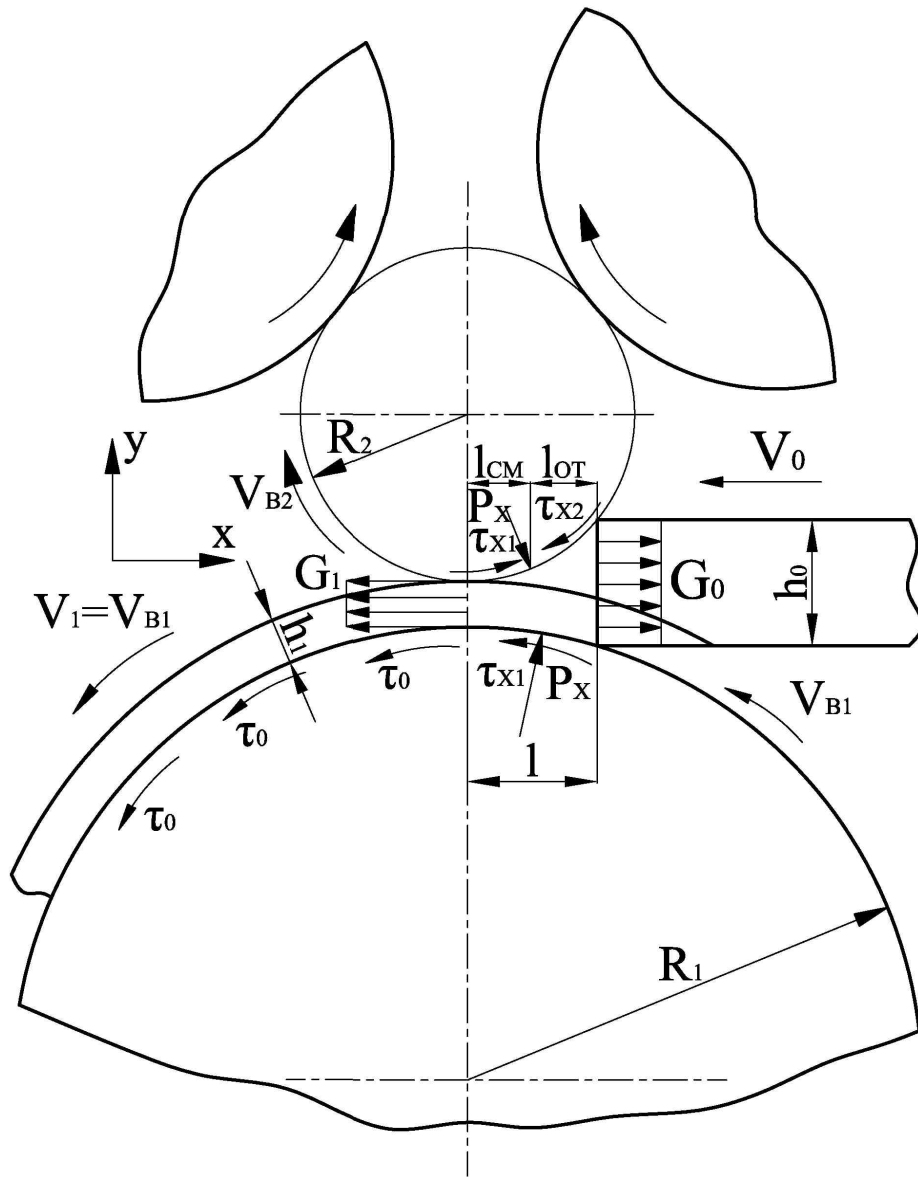


Рисунок 3.4 – Розрахункова схема вогнища деформації при прокат уванні тонких смуг у реж ім'ї заданої величини випередження смуги

Аналогічно можуть бути визначені та середньоінтегральні за довжиною зони відставання p_{com} , по довжині змішаної зони p_{csm} , а також по довжині всього осередку деформації значення нормальних контактних напружень p_c :

$$\frac{p_{com}}{2K_c} = \frac{1}{\delta_1} + \frac{h_0}{(\delta_1 - 1)(h_0 - h_n)} \left[\left(\frac{h_0}{h_n} \right)^{(\delta_1 - 1)} - 1 \right] \left(\frac{\delta_1 - 1}{\delta_1} - \frac{\sigma_0}{2K_c} \right); \quad (3.9)$$

$$\frac{p_{csm}}{2K_c} = \frac{1}{\delta_2} + \frac{h_0}{(\delta_2 - 1)(h_n - h_0)} \left[\left(\frac{h_1}{h_n} \right)^{(\delta_2 - 1)} - 1 \right] \left(\frac{\delta_2 - 1}{\delta_2} - \frac{\sigma_1}{2K_c} \right); \quad (3.10)$$

$$p_c = (p_{cot} L_{OT} / p_{csm} L_{CM}) / L. \quad (3.11)$$

Геометричні параметри вогнища деформації, як уже було зазначено раніше, можуть бути виражені виходячи із співвідношення окружних швидкостей робочих валків:

$$h_n = h_1 V_{\delta 1} / V_{\delta 2}; L_{cm} = L \sqrt{(h_n - h_1) / \Delta h} \quad (3.12)$$

або, у разі індивідуального приводу із заданою величиною моменту, на основі організації додаткового ітераційного рішення, що ґрунтується на умові рівноваги неохоплюваного робочого валка [37],

$$L_{cm(t+1)} = L_{cm} + A_1 \operatorname{sign}\{M_{2pt} - M_{23}\}; h_n = h_1 + \Delta h (L_{cm} / L)^2, \quad (3.13)$$

де $M_{2pt} = (p_{cot} L_{отг} - p_{ссм} L_{см}) f_{c2} R_2 b$ – розрахункове значення моменту прокатки на робочому валку, що не охоплюється;

M_{23} – задаване значення активного или реактивного (с протилежним знаком) момента, сообщаемого неохватываемому рабочему валку;

A_1 – крок зміни протяжності змішаної зони осередку деформації (див. рис.3.4).

Залежності (3.8)–(3.13) у поєднанні з методиками визначення довжини з дуги контакту з урахуванням пружного сплюснення робочих валків [7, 32] та середньоінтегрального значення опору зсуву [11, 12], а також у поєднанні з методикою подальшого розрахунку контактної взаємодії смуги і робочого валка на дузі охоплення [38] склали повний алгоритм по кількісному визначенню основних енергосилових параметрів процесу холодної прокатки тонких смуг в режимі заданої величини випередження. У разі граничних умов реалізації, тобто за $V_{B1} / V_{B2} \leq 1$; $h_n = h_1$; $L_{cm} = L$, залежності (3.8), (3.9) і (3.11) мають такий вигляд:

$$\frac{\sigma_1}{2K_c} = \frac{\delta_1 - 1}{\delta_1} \left[1 - \left(\frac{h_0}{h_1} \right)^{\delta_1} \right] + \frac{\sigma_0}{2K_c} \left(\frac{h_0}{h_1} \right)^{\delta_2}; \quad (3.14)$$

$$\frac{P_c}{2K_c} = \frac{P_{com}}{2K_c} = \frac{1}{\delta_1} + \frac{h_0}{(\delta_1 - 1)(h_0 - h_1)} \left[\left(\frac{h_0}{h_1} \right)^{(\delta_1 - 1)} - 1 \right] \left(\frac{\delta_1 - 1}{\delta_1} - \frac{\sigma_0}{2K_c} \right), \quad (3.15)$$

а у випадку $V_{B1} / V_{B2} \leq h_0 / h_1$ силова структура вогнища деформації та методи її розрахунку повністю відповідатимуть процесам ПВ та ДНПВ [17, 33–36].

При еквівалентних умовах тертя на протилежних контактних поверхнях, тобто при $f_{c1} \neq f_{c2}$ і $\delta_2 = 0$ залежності (3.8) і (3.10) дещо спростяться і набудуть наступного вигляду:

$$\frac{\sigma_1}{2K_c} = \frac{\delta_1 - 1}{\delta_1} + \ln \left(\frac{h_n}{h_1} \right) - \left(\frac{h_0}{h_n} \right)^{\delta_1} \left(\frac{\delta_1 - 1}{\delta_1} - \frac{\sigma_0}{2K_c} \right); \quad (3.16)$$

$$\frac{P_{ссм}}{2K_c} = \frac{h_n}{h_n - h_1} \left[\ln \left(\frac{h_n}{h_1} \right) - \frac{h_n - h_1}{h_n} \right] + 1 - \frac{\sigma_0}{2K_c}. \quad (3.17)$$

Крім процесу прокатки в режимі заданої величини випередження представлені залежності були використані стосовно аналізу різних технологічних і конструктивних схем процесу деформації між непривідними робочими валками [37], а також стосовно аналізу процесу ДНПВ з пря-

молінійним переміщенням смуги, характеризується можливістю наявності зони випередження на контактній поверхні приводного робочого валка [17].

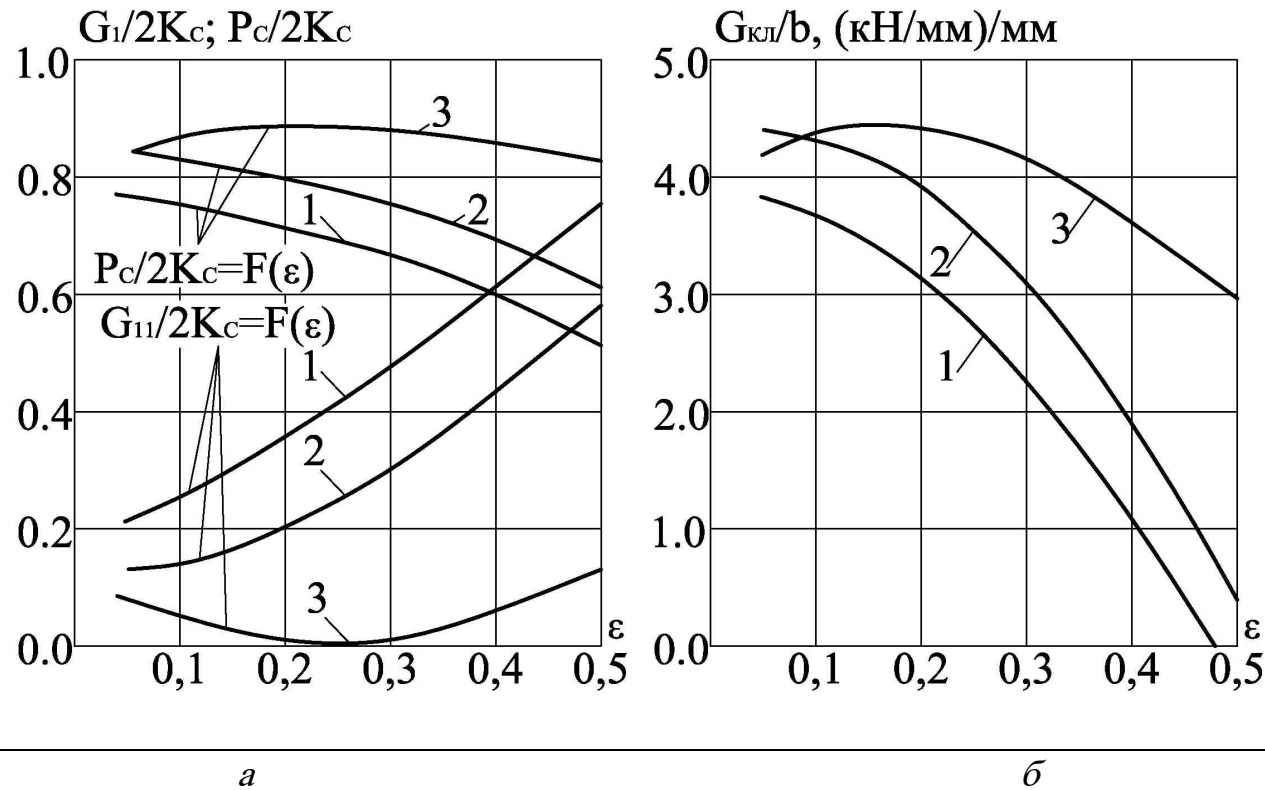
Як приклад кількісної оцінки отриманих рішень на малюнку 3.5 представлені розрахункові розподіли основних показників напруженого стану металу і наведеного значення модуля жорсткості смуги для різних кінематичних умов реалізації досліджуваної технологічної схеми процесу прокатки. Дані розрахунки були виконані стосовно деформації відпалених латунних смуг (Л63) при наступних значеннях основних конструктивних і технологічних параметрів $R_1 = 225$ мм; $R_2 = 20$ мм; $f_{c1} = 0,08$; $f_c = 0,06$; $h_0 = 1,0$ мм; $\sigma_0/2K_c = 0,2$.

Визначення наведеного до одиниці ширини значення модуля жорсткості смуги $G_{пл}/v$, характеризує інтенсивність зміни величини повного зусилля деформації і, як наслідок, можливість зниження поздовжньої різнотовщинності [39, 40], здійснювали в цьому випадку з урахуванням реальної зміни рівня механічних властивостей і постійного значення інтегральної величини заднього натягу.

Аналіз отриманих результатів показав, що при холодній прокатці тонких смуг в режимі заданої величини випередження ступінь можливого зміни рівня деформуючих зусиль за рахунок зміни

лише окружної швидкості неохоплюваного робочого валка за інших рівних умов становить 20...40%. Аналогічний показник для модуля жорсткості смуги дорівнює 50 ... 100%, при цьому великі значення вказаних діапазонів відповідають деформації більш тонких смуг з підвищеними відносними обтисканнями і значеннями коефіцієнтів зовнішнього тертя. Мінімальний рівень деформуючих зусиль і модуля жорсткості смуги поряд з максимальним рівнем переднього натягу має місце у випадку $V_{B1}/V_{B2} \geq h_0/h_1$, а при збільшенні V_{B2} або M_{23} і, як наслідок, появі зони відставання на неохоплюваному робочому валку параметри $p_c/2K_c$ і $G_{пл}$ монотонно зростають, а напруження переднього натягу σ_1 знижуються і знижуються дуже інтенсивно [37, 40].

Наявність зазначених змін, що забезпечуються виключно приводом неохоплюваного валка, може бути активно використане як при



Лат унь Л63; $h_0 = 1,0$ мм; $\epsilon_0 = 0,0$; $R_1 = 225$ мм; $R_2 = 20$ мм; $f_{c1} = 0,08$; $f_{c2} = 0,06$; $\sigma_0/2K_c = 0,2$;

1 – $V_{B1}/V_{B2} = h_0/h_1$; 2 – $M_{23} = 0$; 3 – $V_{B1}/V_{B2} = 1,0$

Рисунок 3.5 – Розрахункові розподіл основних показників напруженого стану (а) і наведеного значення модуля жорсткості і смуги (б) в залежності від величини відносного обтиснення при холодній прокатці тонких смуг в режимі заданої величини випередження

попередньої, так і при оперативному налаштуванні механічного обладнання, а це, у свою чергу, свідчить про дуже істотне розширення технологічних можливостей аналізованої схеми по відношенню до зниження поздовжньої і поперечної різнотовщинності стрічок, що отримуються, і смуг. Крім того, використання охоплення смугою одного з робочих валків є доцільним і з точки зору підвищення ступеня площинності, обумовленого, як показали результати цілого ряду експериментальних досліджень [41, 42], інтенсифікацією перерозподілів напружень переднього натягу по ширині смуги, що прокочується.

Тут слід вказати на те, що крім спільного рішення умови статичної рівноваги та умови пластичності залежності, аналогічні розглянутим вище, можуть бути отримані і на основі закону збереження енергії в осередку деформації.

Зазначене, зокрема, може бути проілюстровано на прикладі аналізу умов реалізації процесу ДНПВ, фізичну модель якого, користуючись методикою роботи [43], можна представити у вигляді безперервної пластичної деформації металу між двома гнучкими недеформируемими стрічками нескінченно малою товщини, які без тертя спираються на нерухомі бойки з циліндричними поверхнями, що відповідають утворюючим поверхням приводного і нерухомого робочих валків (рис. 3.6) [17, 44]. При цьому стрічка 1, що імітує контактну поверхню приводного робочого валка, під дією сили $T_{в1} = \int_{F_1} \int \tau_{x1} \nu R_1 d\alpha_1$ рухається зі швидкістю $V_{в1}$, рівної швидкості переміщення смуги в перерізі на виході з осередку деформації V_1 , а стрічка 2, що імітує контактну поверхню нерухомого робочого валка, під дією зусилля $T_{в2} = \int_{F_2} \int \tau_{x2} \nu R_2 d\alpha_2$ залишається нерухомою відносно поверхні сполучається з нею бойка. Фізичну модель процесу ДНПВ можна уявити і в дещо іншому вигляді: зупинити, наприклад, передній кінець смуги і стрічку 1, а енергію деформації повідомляти через бойки, переміщуючи їх паралельно осі смуги під дією горизонтальних проекцій повної сили деформації. При цьому швидкість переміщення бойків і стрічки 2 повинна дорівнювати швидкості переднього кінця смуги. Аналогічну модель можна отримати, зупинивши задній кінець смуги і переміщуючи при цьому передній кінець смуги і стрічку 1 зі швидкістю V_1 , а бойки і стрічку 2 - зі швидкістю V_0 .

Перевагою цих моделей, які за геометричними, кінематичними та силовими параметрами в осередку деформації повністю адекватні реальному технологічному процесу, є те, що вони дозволяють визначити весь комплекс основних технологічних параметрів процесу ДНПВ, виходячи з умови закону збереження енергії в осередку деформації, який для моделі з нерухомими бойками має вигляд

$$N_{\phi} + N_{\tau_0} + N_{\tau_{p1}} + N_{\tau_{p2}} = N_{T1} + N_{T_{в1}}, \quad (3.18)$$

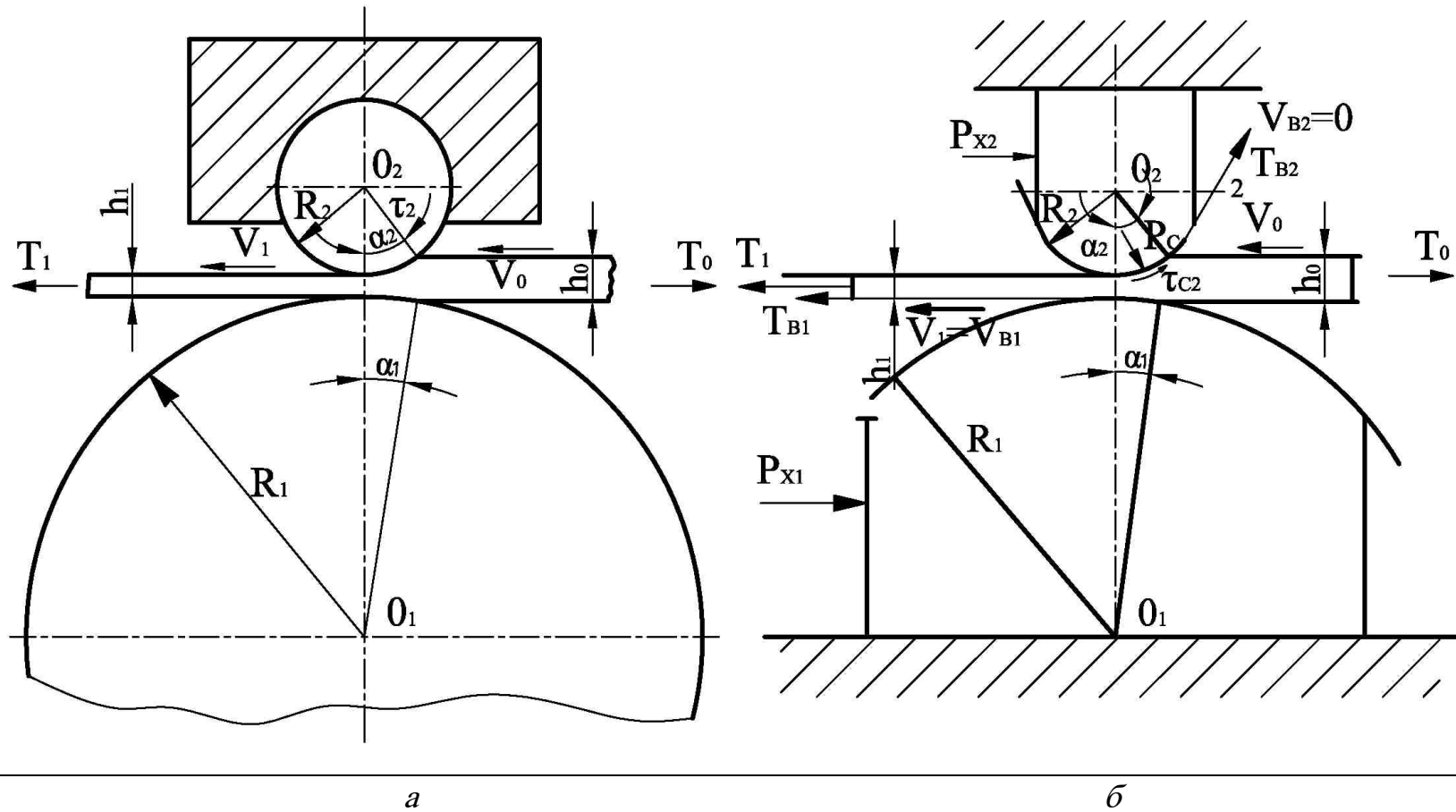


Рисунок 3.6 – Розрахункові схеми умов реалізації (а) та фізичної моделі (б) процесу деформації тонких смуг між нерухомим та приводним робочими валками

де N_ϕ – потужність пластичної формозміни смуги;
 $N_{т0}, N_{т1}$ – потужності, відповідно, заднього та переднього натягу;
 $N_{тр1}, N_{тр2}$ – потужності тертя ковзання на контакті приводної та нерухої стрічок з деформованим металом;
 $N_{тв1}$ – потужність, сполучена смугі приводною стрічкою.

Враховуючи, що при припущеннях про двовимірний характер деформації, а також постійних по довжині вогнища деформації значення дотичних контактних напружень і опору металу зсуву потужності тертя ковзання на апроксимованих параболою контактних поверхнях рівні

$$N_{тр1} = \tau_{c1} L b V_1 \left(1 - \sqrt{\frac{h_1}{\Delta h}} \arctan q \sqrt{\frac{\Delta h}{h_1}} \right); N_{тр2} = \tau_{c2} L b V_2 \sqrt{\frac{h_1}{\Delta h}} \arctan q \sqrt{\frac{\Delta h}{h_1}} \quad (3.19)$$

і визначивши інші складові рівняння енергетичного балансу (3.18) за методикою роботи [29], можна знайти напруження переднього натягу, необхідну для реалізації процесу ДНПВ у необхідному кінематичному режимі:

$$\sigma_1 = K_\lambda 2K_c \ln \lambda - (\tau_{c1} - \tau_{c2}) \frac{l}{\sqrt{\Delta h h_1}} \arctan q \sqrt{\frac{\Delta h}{h_1}} + \sigma_0, \quad (3.20)$$

де K_λ - коефіцієнт немонотонності деформації [6].

В результаті аналізу залежності (3.20) та відомих виразів [17, 34] встановлено, що при еквівалентності умов тертя на контактних поверхнях приводного та нерухомого валків значення необхідного натягу смуги при деформації між нерухомим і приводним валками та прокатці-волочenni за інших рівних умов рівні [17, 33-36].

Розглянувши при тих же припущеннях рівняння балансу енергій в осередку деформації моделі процесу ДНПВ з нерухомим переднім кінцем смуги

$$N_{рх1} + N_{рх2} + N_{тв2} + N_{т0} = N_\phi + N_{тр1} + N_{тр2}, \quad (3.21)$$

де $N_{рх1}, N_{рх2}$ – потужності переміщення відповідних бойків зі швидкістю V_1 ;

$N_{тв2}$ – потужність переміщення стрічки 2 (див. рис. 3.6, б), отримаємо вираз для визначення середньої величини нормальних контактних напружень при ДНПВ:

$$p_c = \frac{1}{\Delta h} \left[K_\lambda 2K_c h_1 \ln \lambda + L(\tau_{c1} + \tau_{c2}) \left(1 - \sqrt{\frac{h_1}{\Delta h}} \arctan q \sqrt{\frac{\Delta h}{h_1}} \right) \right] - \sigma_0. \quad (3.22)$$

Ухвалюючи закон розподілу дотичних контактних напружень у вигляді $\tau_c = p_c f_c$ коефіцієнт напруженого стану металу в осередку деформації в остаточному вигляді можна визначити як:

$$n_\sigma = \frac{p_c}{2K_c} = \frac{K_\lambda h_1 \ln \lambda - \sigma_0 \Delta h / 2K_c}{\Delta h - L(f_{c1} - f_{c2}) [1 - \sqrt{(h_1/\Delta h)} \arctan q \sqrt{(\Delta h/h_1)}]}. \quad (3.23)$$

З урахуванням цього необхідне напруження переднього натягу смуги при ДНПВ для прийнятого закону тертя дорівнює:

$$\sigma_1 = 2K_c \left[K_A \ln \lambda - (f_{c1} - f_{c2}) \frac{n_\sigma L}{\sqrt{\Delta h h_1}} \arctan q \sqrt{\frac{\Delta h}{h_1}} \right] + \sigma_0. \quad (3.24)$$

При цьому основними перевагами залежностей (3.23) і (3.24) є можливість використання більш коректної параболічної апроксимації контактних поверхонь, а також одночасний облік не-монотонного характеру пластичного формозміни.

Використовуючи фізичні моделі, визначимо коефіцієнт корисної дії процесу ДНПВ η , що характеризує його питому енергоємність [17, 29]. Так, враховуючи, що вся енергія, сполучена смузі, витрачається на роботу формозміни та роботу тертя ковзання на контактних поверхнях, і з урахуванням можливої рекуперації енергії заднього натягу маємо:

$$\eta_{\text{ДНПВ}} = \frac{K_A h_1 \ln \lambda}{\left[K_A h_1 \ln \lambda + L n_\sigma f_{c1} - L n_\sigma (f_{c1} - f_{c2}) \left(\sqrt{\frac{h_1}{\Delta h}} \arctan q \sqrt{\frac{\Delta h}{h_1}} \right) + \frac{\sigma_0}{2K_c} h_1 (1-i) \right]}, \quad (3.25)$$

де i – коефіцієнт рекуперації, що характеризує частину енергії заднього натягу, що повертається в енергомережу.

В цілому, представлені в рамках даного розділу залежності в поєднанні з методами розрахунку середньоінтегрального значення подвоєного опору зсуву [11, 12] склали повний алгоритм автоматизованого розрахунку енергосилових параметрів різних технологічних схем процесу гарячої або холодної прокатки. Укрупнена блок-схема даного алгоритму ілюстрована малюнку 3.7, у своїй слід зазначити, що, внаслідок наявності високих рівнів нормальних контактних напружень при прокатці тонких смуг, необхідним є облік пружного сплющування робочих валків. Визначення довжини дуги контакту з урахуванням пружних деформацій робочих валків може бути здійснено на основі відомої залежності роботи [7]:

$$L_c = \sqrt{R_{np} \Delta h + x_l^2} + x_l, \quad (3.26)$$

де $R_{np} = 2R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ – наведений радіус робочих валків;

$x_l = 8\rho_c R_{np} (1 - \nu_B^2) / (\pi E_B)$ – допоміжний параметр;

ν_B, E_B – коефіцієнт Пуассона та модуль пружності матеріалу робочих валків.

З урахуванням пружного сплющування і робочих валків і смуги довжина дуги контакту може бути визначена на основі методик робіт [32, 45]:

$$l_c = \sqrt{R_{np} (\Delta h + 16a_3 q Q_6 C)}, \quad (3.27)$$

де $a_3 \approx 1,1$ – коефіцієнт, що враховує асиметрію епюри нормальних контактних напружень;

$q = p_c L_c$ – погонне навантаження на одиницю ширини смуги, що прокочується;

$Q_B = (1 - \nu_B^2) / (\pi E_B)$ – пружна постійна матеріалу робочих валків;

$C = 0,5 + \sqrt{0,25 + \frac{h_1(1 - \nu_n^2)E_\varepsilon}{16p_c R_{np} Q_\varepsilon (1 - \nu_\varepsilon^2)E_n}}$ – коефіцієнт, що враховує пружне сплющення смуги;

ν_n, E_n – коефіцієнт Пуассона і модуль пружності матеріалу смуги, що прокочується.

Тут слід вказати на те, що, внаслідок наявності функціонального взаємозв'язку між середньоінтегральними значеннями нормальних контактних напружень p_c і довжиною дуги контакту з урахуванням пружних деформацій робочих валків та смуги l_c , їх безпосереднє визначення може бути здійснено тільки на основі організації додаткової ітераційної процедури, при якій у першому циклі розрахунків робочі валки приймаються пружно недеформованими, тобто $L_c = \sqrt{R_{np} \Delta h}$, а оцінка збіжності самої ітераційної процедури ведеться відносно відносної різниці значення довжини дуги контакту в даному L_{ck} і попередньому $L_c(k-1)$ циклах рішення (рис. 3.7):

$$\delta l = 100 \cdot |L_{ck} - L_{c(k-1)}| / L_{ck} \leq 0,1\%.$$

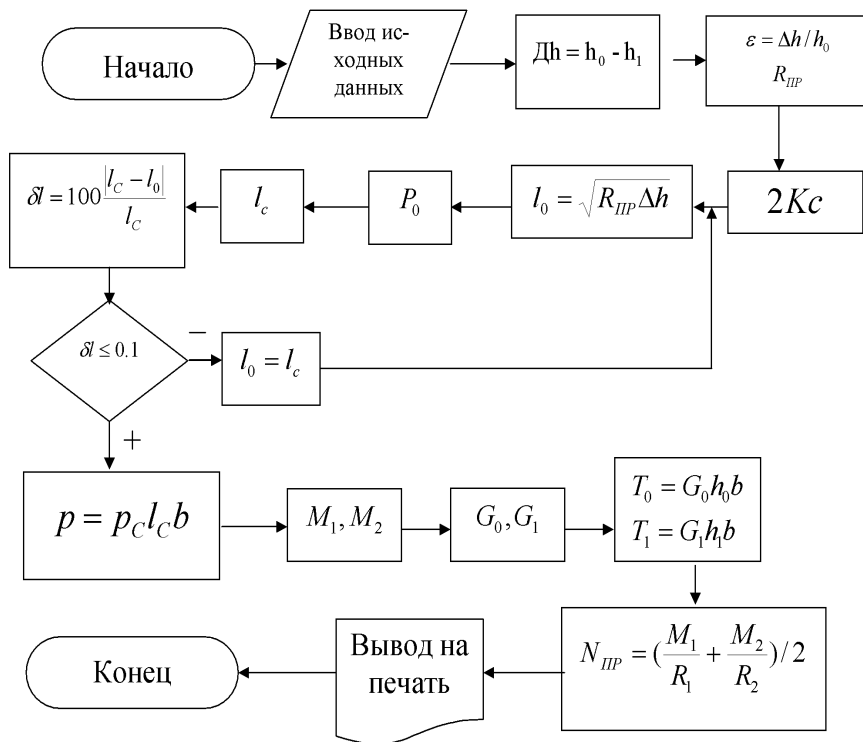


Рисунок 3.7 – Укрупнена блок-схема алгоритму автоматизованого розрахунку енергосилових параметрів процесів прокату відносно тонких листів і смуг

4 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛОКАЛЬНИХ ТА ІНТЕГРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИ ХОЛОДНІЙ ПРОКАТЦІ ВІДНОСНО ТОНКИХ СТРИЧОК, ЛИСТІВ

Вирішення завдань зі збільшення обсягів виробництва та підвищення якості готової металопродукції нерозривно пов'язане з подальшим удосконаленням методів розрахунку використовуваних у кожному конкретному випадку технологічних процесів. Стосовно холодної прокати відносно тонких стрічок, листів і смуг одним з основних напрямків зазначеного вище вдосконалення є використання досить суворого математичного апарату при одночасному забезпеченні максимально більш повного і коректного обліку реального характеру розподілу механічних властивостей, геометричних характеристик і умов контактної тертя по довжині вогнища деформації. Дуже важливим у разі є і раціональне використання витрат машинного часу сучасних обчислювальних засобів [46–48].

Відповідно до викладеного вище і за аналогією з методиками робіт [49, 50], в основу аналізованої одновимірної математичної моделі процесу холодної прокати було покладено чисельне рекурентне рішення кінцево-різницевої форми умови статичної рівноваги елементарного об'єму металу в зоні його пластичного і пружної формозміни. Використовувана в цьому випадку розрахункова схема інтегрального вогнища деформації, що включає якраз і зону пружного L_{up} і зону пластичного L_{pl} формозміни, представлена на малюнку 4.1. З точки зору кінематичних співвідношень зона пластичної форми зміни, у свою чергу, була підрозділена на зону відставання, протяжністю L_{ot} , і зону випередження, протяжністю L_{op} .

- Безпосередньо ліве $D1D2$ і праве $A1A2$, граничні перерізи вогнища деформації, внаслідок симетрії кінематичних і геометричних параметрів були прийняті вертикальними, вертикальними в цьому випадку були прийняті і нейтральний переріз $B1B2$, що є перетином розділу зони відставання і зони випередження, а також переріз $C1C2$, що є межею зон пластичного та пружного формозміни (див. рис. 4.1).
- Крім зазначених вище при розробці одновимірної математичної моделі процесу холодної прокати був використаний ще ряд допущень, основними з яких є такі [46-50]:
- деформація смуги двовимірною та встановлена в часі; механічна властивість деформованого металу, нормальне напруження σ_x , а також температурно-швидкісні та кінематичні умови процесу пластичної формозміни змінюються лише за довжиною вогнища

- деформації, тоді як у висоті кожного окремого вертикального перерізу вони залишаються постійними;
- довжина зони пружного сплюснення смуги в перерізі на вході металу в робочі валки, що має вельми незначну величину [46, 47], не перевищує протяжності зсуву виділеного елементарного об'єму Δx , одержуваного шляхом розбиття зони пластичного формозмінення на KR рівних частин. (рис. 4.1 та 4.2);
- поточні значення кутів контакту α_i за довжиною кожного окремого виділеного елементарного об'єму металу в осередку деформації не змінюються, у той час як зміни нормальних p_i та дотичних τ_i контактних напружень уздовж координати x носять у рамках даного елемента тарного обсягу лінійний характер (див. рис. 4.2);
- дотичні контактні напруження τ_i у осередку деформації підкоряються закону тертя Кулона-Аммонтона [7, 8], тобто. при цьому величина коефіцієнта зовнішнього тертя є величиною постійної і для зони відставання $\tau_x = \tau_{от}$, і зони випередження $\tau_x = \tau_{от}$, і зони випередження $\tau_x = \tau_{оп}$;
- закон розподілу нормальних контактних напружень, а разом із ними і дотичних контактних напружень по довжині зони пружного відновлення, було прийнято лінійним (див. рис. 4.1).

Здійснивши, на що вже було зазначено раніше, розбиття зони пластичної формозміни $A1A$, $C1C$ на кінцеву множину елементарних

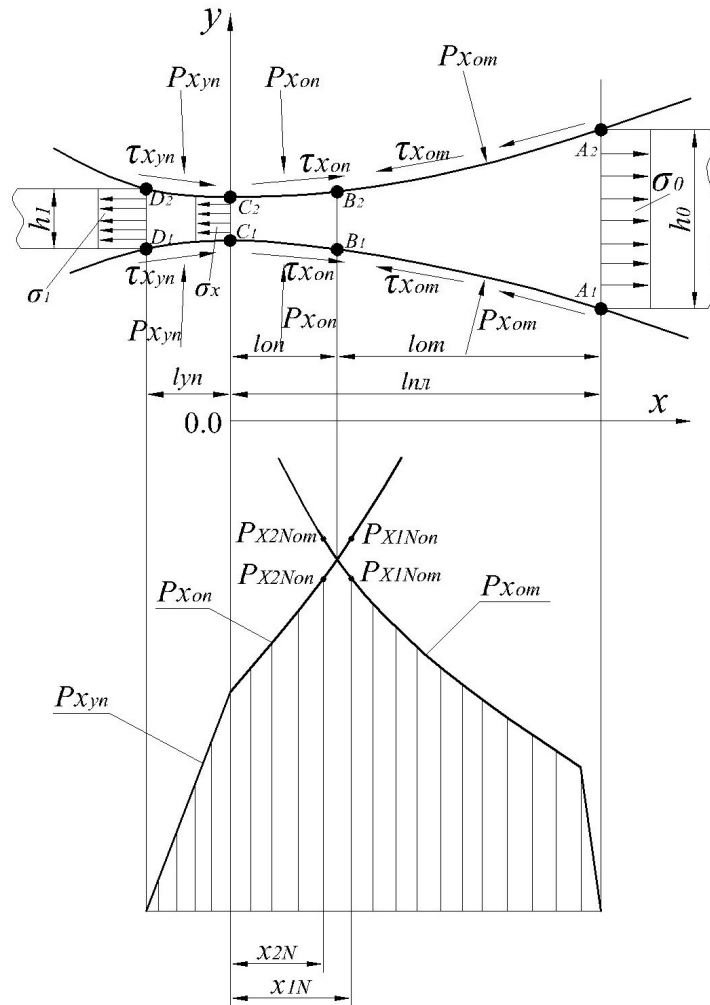


Рисунок 4.1 – Розрахункова схема вогнища деформації при одномірному математичному моделюванні процесу холодної прокатки відносно тонких листів та смуг

обсягів протяжністю і виразивши, з урахуванням характеру прийнятих припущень геометричні характеристики, а також напруження в кінцево-різницевому вигляді, як це показано на малюнку 4.2, розглянемо одномірну умову статичної рівноваги елементарного обсягу металу, виділеного в зоні відставання (див. рис. 4.2, б):

$$\sigma_{xi1} h_{xi1} - \sigma_{xi2} h_{xi2} - 2 \frac{(p_{xi1} + p_{xi2})}{2} \Delta x \sin \alpha_{xi} + 2 \frac{\tau_{xi1} + \tau_{xi2}}{2} \Delta x = 0, \quad (4.1)$$

де позитивні значення напружень σ_x , і p_x відповідають напруженням стиснення;

i – порядковий номер виділеного елементарного обсягу;

σ_{xi1} , τ_{xi1} , p_{xi1} і σ_{xi2} , τ_{xi2} , p_{xi2} – нормальні та дотичні компоненти напруженого стану металу, відповідно, для правого та лівого граничних перерізів даного елементарного об'єму (див. рис. 4.2);

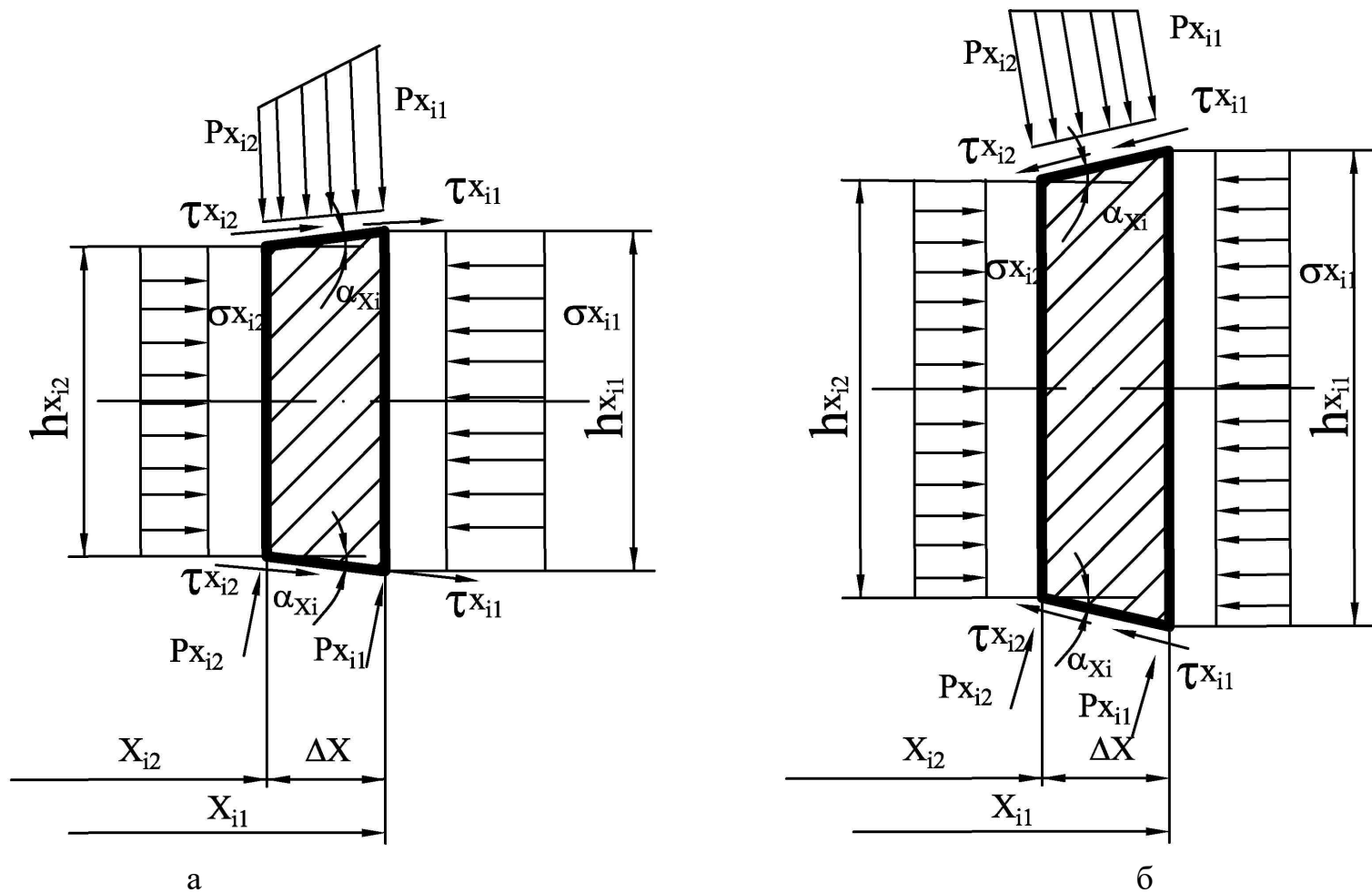


Рисунок 4.2 – Схема до розрахунку виділених елементарних обсягів металу в зоні випередження (а) та зоні відставання (б) вогнища деформації процесу холодної прокатки

h_{x1i} , h_{x2i} – значення товщини смуги для правого та лівого перерізів виділеного елементарного об'єму, що визначаються залежно від відповідних геометричних координат x_{1i} і $x_{2i} = x_{1i} - \Delta x$ на основі апроксимуючого контактну поверхню статичного аналітичного опису наступного виду:

$$\begin{aligned} h_{xi1} &= h_1 + (h_0 - h_1) \left(\frac{x_{i1}}{L_{nn}} \right)^{a_h}; \\ h_{xi2} &= h_1 + (h_0 - h_1) \left(\frac{x_{i2}}{L_{nn}} \right)^{a_h}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

де h_0 , h_1 – вихідна і кінцева товщина смуги, що прокочується (див. рис.4.1);

a_h – степеневий показник, що характеризує опуклу форму контактних поверхонь робочих валків.

З урахуванням аналітичного опису, що впливає з інженерного варіанта умови пластичності $\sigma_{xi2} = p_{xi2} - 2K_{xi2}$, а також з урахуванням прийнятого закону контактного тертя $\tau_{xi1} = p_{xi1} f_{от}$ і $\tau_{xi2} = p_{xi2} f_{от}$ вираз (4.1) може бути зведений до вигляду

$$\begin{aligned} \sigma_{xi1} h_{xi1} - (p_{xi2} - 2K_{xi2}) h_{xi2} - (p_{xi1} + p_{xi2}) \left(\frac{h_{xi1} - h_{xi2}}{2} \right) + \\ + (p_{xi1} + p_{xi2}) f_{ом} \Delta x = 0, \end{aligned} \quad (4.3)$$

де $2K_{xi2}$ – поточне значення подвоєного опору зсуву, що визначається згідно з рекомендаціями роботи [11, 12] на основі аналітичного опису $2K_x(\varepsilon_x)$ у вигляді полінома третього ступеня.

Таким чином, при відомих, згідно з прийнятою рекурентною схемою вирішення компонентах напруженого стану σ_{xi1} , p_{xi1} для правого граничного рішення (рис. 4.2, б), розрахунок умови (4.3) зводиться до безпосереднього визначення величин σ_{xi1} , p_{xi1} :

$$p_{xi2_{ом}} = \frac{2(\sigma_{xi1} h_{xi1} + 2K_{xi2} h_{xi2}) - p_{xi1} (h_{xi1} - h_{xi2}) + 2p_{xi1} f_{ом} \Delta x}{h_{xi1} + h_{xi2} - 2f_{ом} \Delta x}, \quad (4.4)$$

Аналогічно розглянемо й умову статичної рівноваги елементарного обсягу, виділеного із зони випередження вогнища деформації (див. рис. 4.2, а):

$$\sigma_{xi1} h_{xi1} - \sigma_{xi2} h_{xi2} - 2 \frac{(p_{xi1} + p_{xi2})}{2} \Delta x \sin \alpha_{xi} - 2 \frac{\tau_{xi1} + \tau_{xi2}}{2} \Delta x = 0, \quad (4.5)$$

де внаслідок протилежного напрямку рекурентного розв'язання відомими є компоненти напружень не для правого, а для лівого граничних перерізів, тобто σ_{xi2} і p_{xi2} .

Після перетворення виразу (4.5) з урахуванням $\tau_{xi1} = p_{xi1} f_{оп}$, $\sigma_{xi1} = p_{xi1} - 2K_{xi1}$ і $p_{xi1} = p_{xi2} f_{оп}$ отримаємо

$$\begin{aligned} (p_{xi1} - 2K_{xi1}) h_{xi1} - \sigma_{xi2} h_{xi2} - (p_{xi1} + p_{xi2}) \frac{h_{xi1} - h_{xi2}}{2} - (p_{xi1} + p_{xi2}) \Delta x f_{он} = \\ 0, \end{aligned} \quad (4.6)$$

звідки відносно невідомого значення p_{xi1}

$$p_{xi1_{on}} = \frac{2(\sigma_{xi2}h_{xi2} + 2K_{xi1}h_{xi1}) + 0,5p_{xi2}(h_{xi1} - h_{xi2}) + 2p_{xi2}\Delta x f_{on}}{h_{xi1} + h_{xi2} - 2\Delta x f_{on}}. \quad (4.7)$$

Отримані залежності (4.4) і (4.7) у поєднанні з розрахунком відповідних значень нормальних осьових напружень $\sigma_{xi1(2)} = p_{xi1(2)} - 2K_{xi1(2)}$, а також у поєднанні з визначенням поточного значення подвоєного опору зсуву $2K_{xi1(2)}$, здійснюваного, на що вже було зазначено раніше, з використанням полінома третього ступеня виду [11, 12]:

$$2K_{xi1(2)} = 1,155(a_0 + a_1\varepsilon_{xi1(2)} + a_2\varepsilon_{xi1(2)}^2 + a_3\varepsilon_{xi1(2)}^3), \quad (4.8)$$

де a_0, a_1, a_2, a_3 – коефіцієнти регресії аналітичного опису інтенсивності деформаційного зміцнення $\sigma_T(\varepsilon)$ металу, що прокочується, або сплаву в умовах його холодної деформації;

$\varepsilon_{xi1(2)} = \varepsilon_0 + (1 - \varepsilon_0)(h_0 - h_{xi1(2)})/h_0$ – поточне значення відносного показника ступеня деформації;

ε_0 – вихідне значення показника відносного обтиснення, що характеризує ступінь попередньої наклепки металу смуги, що мала у відпаленому стані товщину H_0 :

$$\varepsilon_0 = (H_0 - h_0)/H_0,$$

і були покладені в основу рекурентного рішення зони пластичного формозміни металу при реалізації процесу холодної прокатки відносно тонких стрічок, листів і смуг.

Як напрям рекурентного рішення для зони відставання, тобто при визначенні $P_{xi2_{от}}$ з використанням залежності (4.4), приймали напрямом, що відповідає напрямку переміщення смуги, що прокатується (див. рис. 4.1), а в якості початкових умов, враховуючи відомі значення вихідної товщини h_0 і напружень заднього натягу, використовували наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} x_{i1}|_{i=1} &= L_{nn}; \quad x_{i2}|_{i=1} = L_{nn} - \Delta x; \quad h_{xi1}|_{i=1} = h_0; \quad \sigma_{xi1}|_{i=1} = -\sigma_0 \\ &= \frac{-T_0}{bh_0}; \quad p_{xi1}|_{i=1} = 0,0, \end{aligned} \quad (4.9)$$

де T_0 – інтегральна величина заднього натягу;

b – ширина смуги, що прокочується.

Як умови зв'язку при переході від i до $(i+1)$ елементарних обсягів зони відставання використовували очевидні вирази наступного виду:

$$x_{(i+1)1} = x_{i2}; \quad h_{x(i+1)1} = h_{xi2}; \quad 2K_{x(i+1)1} = 2K_{xi2}; \quad p_{x(i+1)1} = p_{xi2}; \quad \sigma_{x(i+1)1} = \sigma_{xi2}. \quad (4.10)$$

В якості ж напряму рекурентного рішення для зони випередження, тобто при визначенні $p_{xi1_{top}}$ з використанням залежності (4.10), приймали напрям, протилежний руху прокатується смуги (див. рис. 4.1), а в якості

початкових умов і умов зв'язку в цьому випадку використовували наступні залежності:

$$x_{ix1}|_{i=K_R} = 0,0; h_{ix2}|_{i=K_R} = h_1; \sigma_{ix2}|_{i=K_R} = \sigma_1^*; p_{ix2}|_{i=K_R} = 2K_{ix2}|_{i=K_R} + \sigma_{ix2}|_{i=K_R}; \quad (4.11)$$

$$x_{(i-1)2} = x_{i1}; h_{x(i-1)2} = h_{xi1}; 2K_{x(i-1)2} = 2K_{xi1}; p_{x(i-1)2} = p_{xi1}; \sigma_{x(i-1)2} = \sigma_{xi1}, \quad (4.12)$$

де σ_1^* – осьові нормальні напруження в площині сполучення зони пружної та пластичної формозміни (див. рис. 4.1).

Кількісно величина σ_1^* , залежно від напружень безпосередньо переднього натягу з урахуванням прийнятого правила знаків $\sigma_1 = -T_1/(\delta h_1)$, може бути визначена на основі умови статичної рівноваги усієї зони пружного відновлення:

$$\sigma_1 h_1 - \sigma_1^* h_1 + 2p_{xi2on}|_{i=K_R} f_{on} L_{yn} / 2 = 0, \quad (4.13)$$

де L_{yn} – довжина зони пружного відновлення смуги, яка визначається з урахуванням упругодеформованого радіусу робочих валків R_q і власне пружного сплющування смуги δ_{h1} як

$$L_{yn} = \sqrt{R_q \delta_1} = \sqrt{R_q \frac{p_{xi2on}|_{i=K_R} h_1}{E_n}}, \quad (4.14)$$

де E_n – модуль пружності матеріалу металу, що прокочується, або сплаву.

Підставивши вираз (4.14) в умову (4.13) і висловивши, відповідно до використовуваної рекурентної ($\sigma_{xi2on}|_{i=K_R} = \sigma_1^*$) та функціональної ($p_{xi2} = 2K_{xi2} + \sigma_{xi2}$) зв'язками $\sigma_1^* = \sigma_{xi2on}|_{i=K_R} = p_{xi2on}|_{i=K_R} - 2K_{xi2}|_{i=K_R}$, вираз (4.13) трансформуємо до наступного виду:

$$\sigma_1 h_1 - (p_{xi2on}|_{i=K_R} - 2K_{xi2}|_{i=K_R}) h_1 + p_{xi2on}|_{i=K_R}^{\frac{3}{2}} f_{on} \sqrt{\frac{R_q h_1}{E_n}} = 0, \quad (4.15)$$

яке з урахуванням підстановки $Z = \sqrt{p_{xi2on}|_{i=K_R}}$ зводиться до однієї з найбільш загальних форм рівняння третього ступеня:

$$Z^3 - Z^2 \frac{\sqrt{h_1 E_n}}{f_{on} \sqrt{R_q}} + (2K_{xi2}|_{i=K_R} - \sigma_1) \frac{\sqrt{h_1 E_n}}{f_{on} \sqrt{R_q}} = 0, \quad (4.16)$$

розв'язуваного на основі відомих та широко використовуваних методів розрахунку [24].

При відомому значенні $p_{xi2оп|i=K_R}$, отже, і за відомого значення $\sigma_1^* = \sigma_{xi2он|i=K_R} = p_{xi2он|i=K_R} - 2K_{xi2|i=K_R}$ і починається розрахунок зони випередження осередку деформації.

Остаточний вибір нормальних контактних напружень p_{x2i} за наявності для кожного окремого перерізу двох значень $p_{xi2от}$ та $p_{xi2оп}$ (див. рис. 4.1) виробляли, виходячи з умови

$$\begin{aligned} p_{xi2} &= p_{x2iот} - \text{при } p_{xi2от} \leq p_{xi2оп}; \\ p_{xi2} &= p_{xi2от} - \text{при } p_{xi2от} > p_{xi2оп}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

тобто вибираючи найменше з кожних двох значень.

Виходячи з порядкового номера елементарного об'єму, протяжності якого відповідає точка перетину функціональних зв'язків $p_{хот}(x)$ і $p_{хоп}(x)$, тобто виходячи з геометричних координат x_{1N} і x_{2N} елементарного обсягу, для якого одночасно виділяються обидва співвідношення (див. рис. 4.1),

$$p_{xi1Not} < p_{xi1Noп} \text{ и } p_{xi2Not} > p_{xi2Noп}, \quad (4.18)$$

а також використовуючи принципи подоби та кусково-лінійної апроксимації, здійснювали визначення загальної протяжності зони випередження

$$l_{оп} = x_{2N} + \Delta x (p_{xi2Not} - p_{xi2Noп}) / (p_{xi1оп} - p_{xi1от}), \quad (4.19)$$

а разом з цим визначали товщину смуги у нейтральному перерізі

$$h_N = h_1 + (h_0 - h_1) (L_{оп} / L_{пл}) a_h \quad (4.20)$$

та величину випередження за даних умов реалізації

$$S = 100(h_N / h_1 - 1)(\%). \quad (4.21)$$

Виходячи з чисельного інтегрування отриманих розподілів нормальних контактних напружень, визначили також величину сили прокатки P , а разом з нею і величину середньоінтегральних значень нормальних контактних напружень p_{cp} :

$$P = \left\{ \sum_{i=1}^{K_R} \frac{p_{xi1} + p_{xi2(i-2)}}{2} \Delta x + \frac{2p_{xi2}}{3} \mid i = K_R L_{yn} \right\} b; \quad (4.22)$$

$$p_{cp} = P / [b(L_{пл} + L_{yn})]. \quad (4.23)$$

З урахуванням відомих значень P_{cp} , у свою чергу, визначали протяжність зони пластичного формозміни дуги контакту $L_{плс}$ з урахуванням пружного сплющування робочих валків (3.24), (3.26) [32, 45], а разом з цим робили і розрахунок упругодеформованого радіусу робочих валків

$$R_q = L_{плс}^2 / (h_0 - h_1), \quad (4.24)$$

значення якого, згідно (4.14), необхідне для подальшого розрахунку геометрії зони пружного відновлення.

Безпосередньо облік пружного сплющування робочих валків і смуги, як і у разі використання інженерних методик розрахунку [32, 45], здійснювали на основі ітераційного підходу, при цьому як критерій збіжності використовували відносне збільшення протяжності зони пластичного формозміни в даному та попередньому цикл розрахунків.

І, нарешті, знаючи порядковий номер елементарного об'єму, відповідного нейтрального перерізу $i = N$, визначали середньоінтегральні значення нормальних контактних напружень для зони відставання $P_{зрт}$ і зони випередження $P_{срон}$:

$$P_{срон} = \left[\sum_{i=1}^{(N-1)} \frac{P_{xi1} + P_{xi2}}{2} \right] / (N - 1); \quad (4.25)$$

$$P_{срон} = \left[\sum_{i=N}^{K_R} \frac{P_{xi1} + P_{xi2}}{2} \right] / (K_R - N + 1), \quad (4.26)$$

а разом з ними проводили розрахунок та величини повного моменту прокатки:

$$M = 2 \left[P_{срон}(L_{нл} - L_{он})f_{ом} - P_{срон}L_{он} - (2/3)P_{x2|i=K_R}L_{ум}f_{он} \right]. \quad (4.27)$$

Загалом розглянуті в рамках даної роботи залежності склали повний алгоритм одновимірного математичного моделювання локальних та інтегральних характеристик напружено-деформованого стану металу при холодній прокатці відносно тонких листів та смуг при цьому необхідна та достатня кількість розбиття зони пластичної формозміни, як показали результати проведеного додаткового дослідження, склало $K_R=100\dots150$. Величина відносної похибки, визначаючи по відношенню до умовно великої кількості розбиття, в цьому випадку не перевищила 2%, а це, поряд з відносно невисоким рівнем витрат машинного часу, свідчить про можливість використання даних програмних засобів як для безпосереднього розрахунку, так і для вирішення завдань багатоваріантного плану, якими, зокрема, є завдання оптимізаційного плану та автоматизованого проектування.

5 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПРОКАТКИ ВІДНОСНО ТОНКИХ ЛИСТІВ І СМУГ З РІЗНИМИ РІВНЯМИ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

У загальному випадку умов реалізації процесу прокатки відносно тонких монометалевих стрічок, листів і смуг поточні та результуючі показники деформованого станів, а разом з ними і аналогічні показники рівнів фізико-механічних властивостей є неоднорідними за товщиною, причому ступінь зазначеної невідповідності, особливо при гарячій прокатці характеризується додатковим перерозподілом температур, може бути досить значною. Ще більш істотною міра невідповідності фізико-механічних властивостей для різних ліній струму має місце при прокатці багатошарових полі-металевих стрічок, листів і смуг, що характеризуються наявністю отриманих попередньо досить міцних міжшарових металевих зв'язків [25, 26, 51, 52]. Як приклад даної технологічної схеми може бути використане поєднання процесів плакування та прокатки, процесів спільного лиття та прокатки, а також поєднання різних процесів зварювання, у тому числі і процесу зварювання вибухом, з наступним процесом або гарячої або холодної прокатки [25, 26, 51–54].

Виходячи з вищевикладеного та слідуючи найбільш загальному випадку можливих умов реалізації, розглянемо процес асиметричної прокатки багатошарової поліметалічної композиції з довільним поєднанням геометричних параметрів та рівнів механічних властивостей (рис. 5.1). Стосовно прокатки монометалевих середовищ відзначене вище адекватно розбиття вогнища деформації по його висоті на кінцеву множину m j -их елементарних обсягів, що мають різні показники подвоєного опору зсуву $2K_{xj}$, що визначаються, у свою чергу, відомими [4, 7, 12, 55] законами розподілу показників ступеня швидкості і температури деформацій за товщиною заготовлі, що прокатується.

Безпосередньо математичне моделювання напружено-деформованого стану в даному випадку було засноване на чисельному рекурентному рішенні кінцево-різницевої форми умови статичної рівноваги виділених i -их елементарних обсягів багатошарової поліметалічної композиції в зоні її пластичного L_{pl} і пружного L_{up} формозміни. При цьому як вихідні передумови були використані результати теоретичних та експериментальних досліджень, виконаних у роботах [11, 12, 18, 20–23, 25, 26] та інших. Зокрема, поточні по довжині вогнища деформації значення геометричних координат і товщини всієї заготовки, що прокочується, визначали в цьому випадку на основі рішень, що дозволяють врахувати пружну деформацію робочих валків. [56]

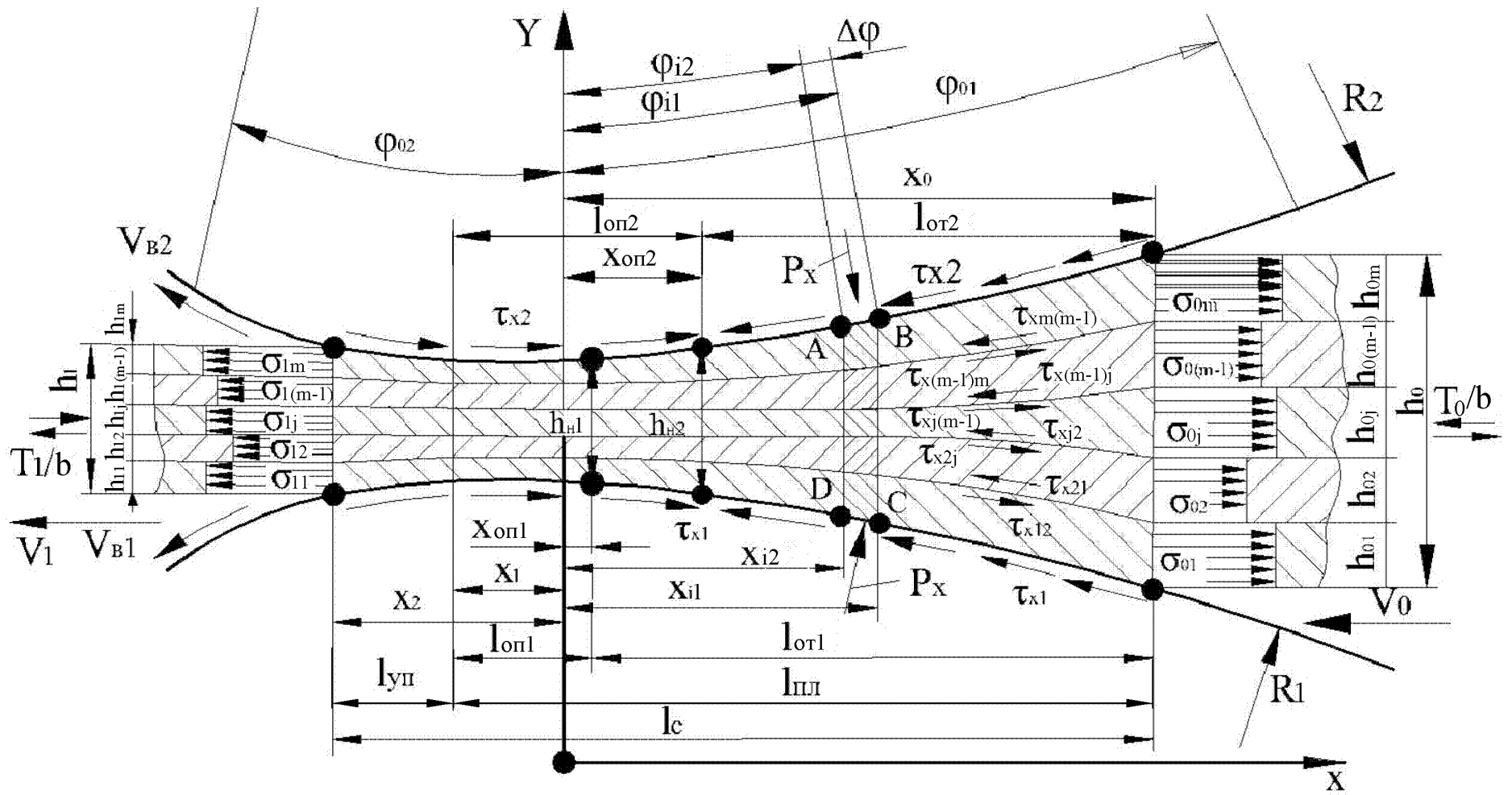


Рисунок 5.1 – Розрахункова схема деформації процесу прокатки відносно тонких листів і смуг із рівнями фізико-механічних властивостей, що змінюються по товщині.

$$\begin{aligned}
L_{nl} &= \sqrt{R_{np0}\Delta h - \Delta h^2/4}; \quad \Delta x = L_{nl}/n; \\
x_{i1} &= \Delta x(n - i + 1); \quad x_{i2} = x_{i1} - \Delta x = \Delta x(n - i); \\
h_{xi1} &= h_1 + \Delta h(x_{i1}/L_{nl})^{a_h}; \quad h_{xi2} = h_1 + \Delta h(x_{i2}/L_{nl})^{a_h},
\end{aligned} \tag{5.1}$$

де R_{np0} – наведений радіус робочих валків з урахуванням їхньої пружної деформації;

x – геометрична координата, що має свій початок у площині сполучення зони пластичного формозміни і пружного відновлення смуги, що прокатується. (див. рис. 5.1);

Δx – крок розбиття зони пластичного формозміни на n -е кінцеве безліч i -их елементарних обсягів (рис. 5.2);

$x_{i1}, x_{i2}, h_{xi1}, h_{xi2}$ – геометричні координати початкового АС та кінцевого АД граничних перерізів i -ого елементарного об'єму, а також значення товщини смуги у даних перерізах (див. рис. 5.1 і 5.2);

$a_h \approx 2$ – степеневий показник, що характеризує форму контактних поверхонь робочих валків.

Враховуючи відомі значення h_{xi1}, h_{xi2} і виходячи з гіпотези плоских перерізів [7], можливість використання якої обумовлена наявністю досить міцних міжшарових металевих зв'язків і, як наслідок, рівністю швидкостей переміщення різних складових V_{xi1}, V_{xi2} , визначали і поточні значення товщин h_{xi1j}, h_{xi2j} :

$$h_{xi1j} = h_{0j}h_{xi1}/h_0 = h_{1j}h_{xi1}/h_1; \quad h_{xi2j} = h_{0j}h_{xi2}/h_0 = h_{1j}h_{xi2}/h_1; \tag{5.2}$$

де $h_{0j}, h_{xi1j}, h_{xi2j}, h_{1j}$ – вихідне, поточне і результуюче значення товщини-ої складової аналізованої багатошарової композиції (див. рис. 5.1 і 5.2).

Дотримуючись відомих значень h_{xi1j}, h_{xi2j} , а також відомим значенням вихідних товщин H_{0j} кожної окремої j -ї складової у її відпаленому стані, визначали поточне значення показника відносного обтиснення даної складової $\varepsilon_{xi1j} = (H_{0j} - h_{xi1j})/H_{0j}$; $\varepsilon_{xi2j} = (H_{0j} - h_{xi2j})/H_{0j}$, показники ступеню $\varepsilon_{\lambda xi1j}, \varepsilon_{\lambda xi2j}$ и скорості U_{xi2j} деформації, що враховують немонотонний характер процесу пластичної формозміни:

$$\varepsilon_{\lambda xi1j} = 1 - [1 - \varepsilon_{xi1j}]^{K_{\lambda j}}; \quad \varepsilon_{\lambda xi2j} = 1 - [1 - \varepsilon_{xi2j}]^{K_{\lambda j}} \tag{5.3}$$

$$U_{xi2j} = \frac{(\varepsilon_{\lambda xi2j} - \varepsilon_{\lambda xi1j})V_1 h_1 [1/h_{xi2} + 1/h_{xi1}]}{2[x_{i1} - x_{i2}]}, \tag{5.4}$$

де K_{λ} – значення коефіцієнта немонотонності деформації, що визначаються для різних за рівнем ліній струму, а отже, і для різних за рівнем відповідних композиції, що прокочується, на основі результатів робіт [5, 6, 13].

Надалі значення $\varepsilon_{\lambda xi1j}, \varepsilon_{\lambda xi2j}$ і U_{xi2j} у поєднанні з відомими, тобто задаються попередньо законами розподілу температур по довжині і висоті

вогнища деформації, були використані для визначення поточного значення подвоєного опору зсуву кожної зі складових $2K_{xi2j} = 1,155\sigma_{Txi2j}$. При цьому як алгоритм визначення

$$\text{sign}[p_{x1i2} - p_{x2i2}] = \begin{cases} 1 - \text{при } p_{x1i2} > p_{x2i2}; \\ 0 - \text{при } p_{x1i2} \approx p_{x2i2}; \\ -1 - \text{при } p_{x1i2} < p_{x2i2}. \end{cases}$$

були використані відповідні залежності при гарячій та холодній прокатці [4, 9–12, 55, 57].

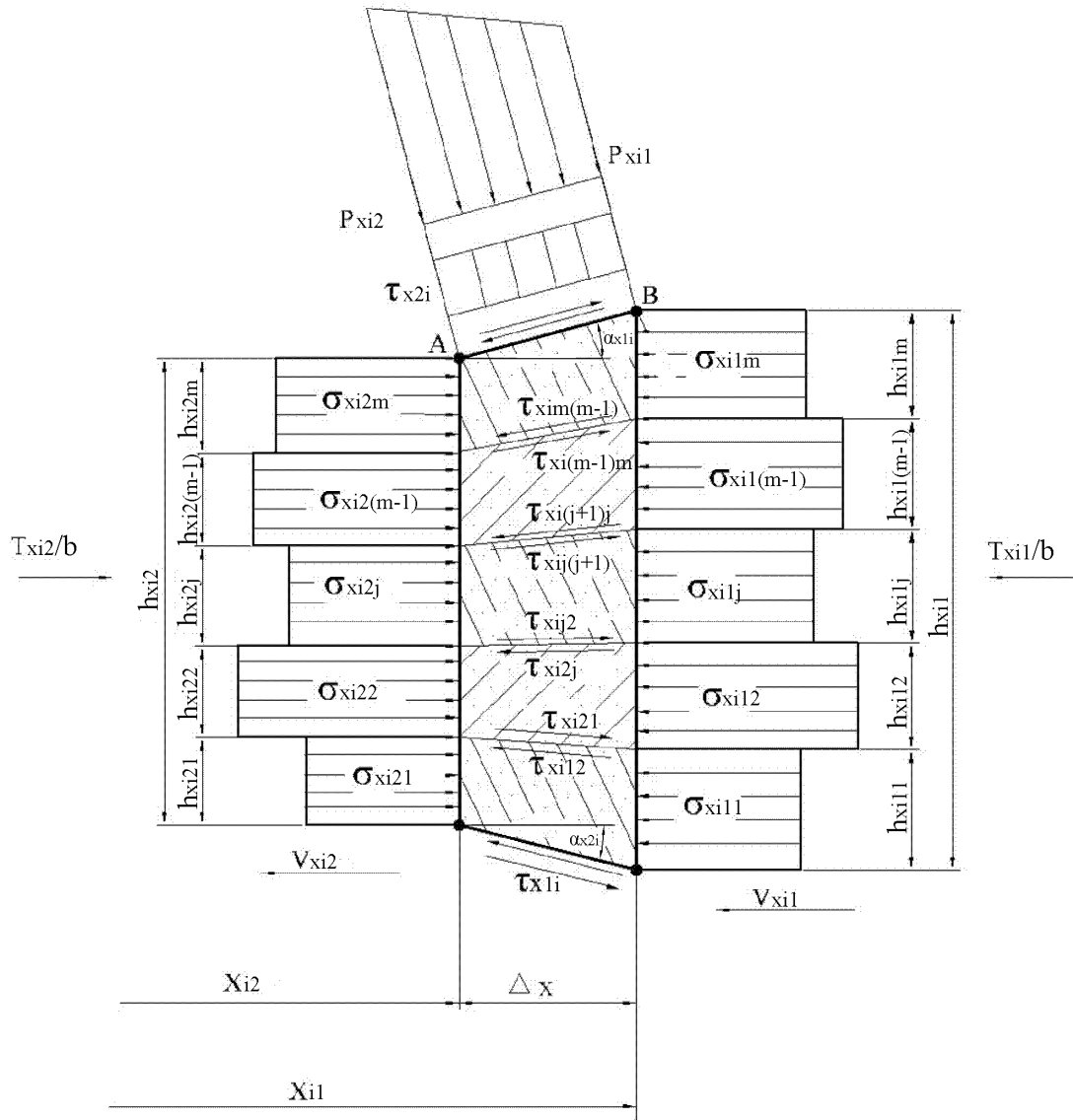


Рисунок 5.2– Розрахункова схема виділеного i -ого елементарного обсягу зони пластичного формозміни вогнища деформації, що має місце при прокатці відносно тонких листів і смуг із рівнями фізико-механічних властивостей, що змінюються за товщиною

Аналогічно, тобто на основі відомих [58] аналітичних описів, здійснювали в цьому випадку і визначення поточних по довжині вогнища деформації значень коефіцієнтів зовнішнього тертя на контактних поверхнях ведучого $f_{x1i}=\tau_{x1i}/p_{xi}$ та ведомого $f_{x2i}=\tau_{x2i}/p_{xi}$ робочих валків:

$$f_{x1(2)i1(2)} = f_{0от1(2)} \left[\frac{x_{i1(2)} - L_{он1(2)}}{L_{пл} - L_{он1(2)}} \right]^{a_{f1(2)}} \text{ при } L_{он1(2)} \leq x_{i1(2)} \leq L_{пл}; \quad (5.5)$$

$$f_{x1(2)i1(2)} = -f_{оон1(2)} \left[\frac{L_{он1(2)} - x_{i1(2)}}{L_{он1(2)}} \right]^{a_{f1(2)}} \text{ при } 0,0 \leq x_{i1(2)} < L_{он1(2)}, \quad (5.6)$$

де $f_{оон1}$, $f_{оон1}$, $f_{оон2}$, $f_{оон2}$ – опорні значення коефіцієнтів зовнішнього тертя для зон відставання та випередження на контактних поверхнях провідного та веденого робочих валків;

$L_{он1}$, $L_{он2}$ – протяжності зон випередження на контактних поверхнях провідного та веденого робочих валків (див. рис. 5.1);

a_{f1} , a_{f2} – статечні показники, що характеризують форму епюр розподілу відповідних коефіцієнтів зовнішнього тертя.

Крім зазначених вище в рамках аналізованої математичної моделі було прийнято ще ряд припущень, основними з яких є наступні:

- деформація смуги є двомірною та встановилася у часі;
- довжини дуг контакту на протилежних робочих валках еквівалентні, переміщення переднього і заднього кінців заготівлі, що прокочується, горизонтальні, а граничні перерізи зон пластичного і пружного формозміни, а також зон відставання і випередження вертикальні (див. рис. 5.1);

- протяжність зони пружної деформації композиції, що прокочується в перерізі на вході в робочі валки, що має вельми незначну величину, не перевищує протяжності одного виділеного елементарного об'єму Δx , одержуваного шляхом розбиття протяжності всієї зони пластичної формозміни $L_{пл}$ на n рівних частин (див. рис. 5.1 і 5.2);

- поточні значення дотичних контактних напружень $\tau_{x1i}=0,5[\tau_{x1i1}+\tau_{x1i2}]$ і $\tau_{x2i}=0,5[\tau_{x2i1}+\tau_{x2i2}]$, зсувні міжшарові напруження $\tau_{xij(j+1)}$, а також поточні значення кутів контакту α_{x1i} і α_{x2i} по довжині кожного окремого i -го елементарного обсягу не змінюються, тоді як зміни нормальних контактних напружень $P_{x11} \dots P_{x12}$, нормальних осьових компонент $\sigma_{x11j} \dots \sigma_{x12j}$ та показників подвоєного опору зрушенню $2K_{x11j} \dots 2K_{x12j}$ носять у разі лінійний характер (див. рис. 5.2);

- умови пластичності для кожної окремої складової, внаслідок незначного впливу кутів контакту та дотичних компонентів девіатора напружень, мають інженерний варіант виду $p_{xi}=2K_{xij}+\sigma_{xij}$ [7], при цьому розподіли $2K_{xij}$ і σ_{xij} , тобто розподілу даних компонентів за товщиною j -ої одичної складової в рамках кожного окремого вертикального перерізу осередку деформації є постійними (див. рис. 5.2).

Узагальнюючи весь комплекс вихідних передумов і здійснивши, на що вже було зазначено раніше, розбиття всієї протяжності зони пластичної формозміни на задану (n) кількість і-их елементарних обсягів (див. рис. 5.1), необхідно відзначити, що повне вирішення напруженого стану кожного з них (див. рис. 5.2) може бути виконано на рекурентній основі, тобто на основі відомих кількісних оцінок нормальних контактних напружень p_{xi1} і наведених до одиниці інтегральних значень натягу або підпору T_{xi1}/b , що відповідають початковому граничному перерізу ВС. Власне, саме рішення в цьому випадку зводиться до визначення аналогічних компонент кінцевого граничного перерізу p_{xi2} і T_{xi2}/b , а також визначення кількісних оцінок зсувних міжшарових напружень $\tau_{xij(j+1)}$. Поточні по висоті вогнища деформації значення нормальних осьових напружень σ_{xij} у цьому випадку можуть бути визначені з умови рівноваги перетину АТ у вертикальній площині:

$$2K_{xi2j} + \sigma_{xi2j} = p_{xi2}, \quad (5.7)$$

де j – порядковий номер складових багатошарової поліметалічної композиції або порядковий номер елементарних обсягів, отриманих при розбитті заготовки, що прокатується, за її товщиною (див. рис. 5.2).

Узагальнивши рівняння (5.7), отримаємо

$$\sigma_{xi2j} = p_{xi2} - 2K_{xi2j}, \quad (5.8)$$

де позитивні значення нормальних осьових компонентів σ_x згідно з прийнятою формою умови пластичності відповідають напруженням стиснення.

З іншого боку, очевидним є таке співвідношення:

$$\sum_{j=1}^m \sigma_{xi2j} h_{xi2j} = T_{xi2} / b, \quad (5.9)$$

або з урахуванням (5.8)

$$\sum_{j=1}^m (p_{xi2} - 2K_{xi2j}) h_{xi2j} = T_{xi2} / b. \quad (5.10)$$

Розв'язавши рівняння (5.10) по відношенню до p_{xi2} , а згідно (5.8) і по відношенню до σ_{xi2j} , в остаточному вигляді отримаємо

$$p_{xi2} = (\sum_{j=1}^m 2K_{xi2j} h_{xi2j} + T_{xi2} / b) / h_{xi2}; \quad (5.11)$$

$$\sigma_{xi2j} = (\sum_{j=1}^m 2K_{xi2j} h_{xi2j} + T_{xi2} / b) / h_{xi2} - 2K_{xi2j}. \quad (5.12)$$

Тут слід вказати на те, що аналогічні залежності мають місце і для початкового граничного перерізу ВС виділеного і елементарного об'єму (див. рис. 5.2), тобто

$$p_{xi1} = (\sum_{j=1}^m 2K_{xi1j} h_{xi1j} + T_{xi1} / b) / h_{xi1}; \quad (5.13)$$

$$\sigma_{xi1j} = (\sum_{j=1}^m 2K_{xi1j} h_{xi1j} + T_{xi1} / b) / h_{xi1} - 2K_{xi1j}. \quad (5.14)$$

З метою подальшого визначення інтегральної величини натягу чи підпору T_{xi2} , а разом з цим і визначення напружень p_{xi2} , σ_{xi2j} розглянемо умови статичної рівноваги кожної окремої складової багатоплощинної поліметалічної композиції у горизонтальній площині (див. рис. 5.2):

$$\sigma_{xi2j}h_{xi2j} - \sigma_{xi1}h_{xi1j} \pm \tau_{xi(j-1)j}\Delta x \pm \tau_{xij(j+1)}\Delta x + 0,5[p_{xi1} + p_{xi2}][h_{xi1j} - h_{xi2j}] = 0, \quad (5.15)$$

Просумувавши вирази (5.15) і виходячи з того, що при рівності по абсолютній величині і векторної протиспрямованості зсувних напружень, що діють в одній площині

$$\tau_{xij(j+1)} = -\tau_{xi(j+1)j}, \quad (5.16)$$

алгебраїчна сума

$$\sum_{j=1}^{m-1} \tau_{xij(j+1)}\Delta x + \sum_{j=1}^{m-1} \tau_{xi(j+1)j}\Delta x \quad (5.17)$$

дорівнює нулю, одержимо

$$\sum_{j=1}^m \sigma_{xi2} h_{xi2} - \sum_{j=1}^m \sigma_{xi1} h_{xi1} \pm (\tau_{x1i} \pm \tau_{x2i})\Delta x + 0,5[p_{xi1} + p_{xi2} \sum_{j=1}^m [h_{xi1j} - h_{xi2j}]] = 0. \quad (5.18)$$

З урахуванням ж ухваленого закону зовнішнього тертя

$$\tau_{x1i} = (p_{xi1}f_{x1i1} + p_{xi2}f_{x1i2}) / 2$$

і

$$\tau_{x2i} = (p_{xi1}f_{x2i1} + p_{xi2}f_{x2i2}) / 2,$$

а також з урахуванням (5.9) рівняння (5.18) трансформується до виду

$$T_{xi2} / b - T_{xi1} / b - 0,5[p_{xi1}(f_{x1i1} + f_{x2i1}) + p_{xi2}(f_{x1i2} + f_{x2i2})]\Delta x + 0,5(p_{xi1} + p_{xi2})(h_{xi1} - h_{xi2}) = 0, \quad (5.19)$$

де позитивні, тобто відповідні напрямку переміщення смуги, значення дотичних контактних напружень $\tau_{x1(2)i}$ для зони відставання та негативні значення того ж напруження для зони випередження на кожному з робочих валків враховані аналітичними описами поточних значень відповідних коефіцієнтів тертя (5.5) і (5.6).

В результаті підстановки виразу (5.10) до рівняння (5.19) та після невеликих математичних перетворень шукана величина нормальних контактних напружень p_{xi2} може бути визначена як

$$p_{xi2} = \left\{ \sum_{j=1}^m [2K_{xi2j}h_{xi2j} + T_{xi1} / b] - 0,5P_{xi1}[(h_{xi1} - h_{xi2}) - (f_{x1i1} + f_{x2i1})\Delta x] \right\} / \left\{ 0,5[h_{xi1} + h_{xi2}] - 0,5[f_{x1i2} + f_{x2i2}]\Delta x \right\}, \quad (5.20)$$

звідки, згідно (5.19), може бути визначена наведена величина інтегрального натягу або підпору T_{xi2}/b , а згідно (5.12) – та величина нормальних осьових напружень σ_{xi2j} для кожної окремої складової.

Тут слід зазначити, що використання рівняння (5.20) є коректним лише у разі виконання умов

$$|\tau_{x1i}| \leq K_{xij}|j = 1 \text{ и } |\tau_{x2i}| \leq K_{xij}|j = m$$

остільки, оскільки дотичні контактні напруження не можуть перевищувати відповідні значення опору зсуву [7]. У разі невиконання зазначених умов величину нормальних контактних напружень p_{xi2} , прийнявши

$$\begin{aligned} \tau_{x1i} &= \pm \frac{[K_{xi1}|j = 1 + K_{xi2}|j = 1]}{2} \text{ и } \tau_{x2i} = \pm \\ [K_{xi1}|j = 1] n_a &= \frac{P}{P^*} = \frac{P_c l_c}{P_c^* l_c^*} = \frac{\exp[(1-\xi)\eta l_c] - 1 + \eta l_c \xi \exp[(1-\xi)\eta l_c]}{\exp(\eta l_c^*) - 1} + \\ K_{xi2} P_c^* &= \frac{\pi E_s}{16(1-\nu_s^2)R} \left[\frac{l_c^2 - l_0^2}{l_c} \right], \end{aligned}$$

необхідно визначити на основі кілька модифікованих рішень рівняння (5.20):

$$\begin{aligned} p_{xi2} &= \frac{\sum_{j=1}^m 2K_{xi2j} h_{xi2j} + T_{xi1}/b \pm 0,5(K_{xi1j}|j=1 + K_{xi2j}|j=1)\Delta x}{0,5(h_{xi1} + h_{xi2}) - 0,5f_{x2i2} \Delta x} - \\ &- \frac{p_{xi1}(h_{xi1} - h_{xi2} - f_{x2i1})\Delta x}{0,5(h_{xi1} + h_{xi2}) - 0,5f_{x2i2} \Delta x}, \text{ при} \\ P &= \frac{\sigma}{2} [(2a - l_n)(2K_c - \sigma_0) + (2e - l_2)(2K_c - \sigma_1) + 2K_c \bar{m}(\frac{a^2}{h_0} + \frac{e^2}{h_0})] - \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} p_{xi2} &= \frac{\sum_{j=1}^m 2K_{xi2j} h_{xi2j} + T_{xi1}/b \pm 0,5(K_{xi1j}|j=m + K_{xi2j}|j=m)\Delta x}{0,5(h_{xi1} + h_{xi2}) - 0,5f_{x2i2} \Delta x} - \\ &- \frac{p_{xi1}(h_{xi1} - h_{xi2} - f_{x2i1})\Delta x}{0,5(h_{xi1} + h_{xi2}) - 0,5f_{x2i2} \Delta x}, \text{ при } \sqrt{(\Delta h + \Delta^*)\Delta^*} \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} p_{xi2} &= \frac{\sum_{j=1}^m 2K_{xi2j} h_{xi2j} + T_{xi1}/b}{0,5(h_{xi1} + h_{xi2})} \pm \\ &\pm \frac{0,5\{(K_{xi1j}|j=1 + K_{xi2j}|j=1) + (K_{xi1j}|j=m + K_{xi2j}|j=m)\}\Delta x}{0,5(h_{xi1} + h_{xi2})} - \\ &- \frac{0,5p_{xi1}(h_{xi1} - h_{xi2})}{0,5(h_{xi1} + h_{xi2})}, \text{ при } |\tau_{x1i}| > K_{xij}|j = 1; \text{ и } |\tau_{x1i}| > K_{xij}|j = m, \end{aligned} \quad (5.23)$$

де знак плюс при третьому доданку чисельника у всіх трьох виразах відповідає зонам відставання, а знак мінус - зонам випередження.

З урахуванням відомих кількісних оцінок нормальних контактних P_{xi1} , P_{xi2} та нормальних осбових σ_{xi1j} , σ_{xi2j} компонент, у свою чергу, можуть бути визначені і зсувні напруження $\tau_{xij(j+1)}$, діють у площинах сполучення двох різноіменних складових аналізованої багаточислової композиції (див. рис. 5.2). Так, прийнявши за позитивні значення $\tau_{xij(j+1)}$ напруження, що збі-

гаються за напрямком з напрямком власне процесу прокатки, і вирішивши послідовно кожне з рівнянь системи (5.15), отримаємо

$$\begin{aligned} \tau_{xi(j+1)j} = -\tau_{xij(j+1)} = & [\sigma_{xi2j}h_{xi2j} - \sigma_{xi1j}h_{xi1j} - \tau_{xi(j+1)j}\Delta x + \\ & + (p_{xi1} + p_{xi2})(h_{xi1j} - h_{xi2j})] / \Delta x, \end{aligned} \quad (5.24)$$

де значення зсувного напруження для останньої складової $\tau_{xij(j+1)}|j = m$, у разі правильного вирішення всієї системи рівнянь, що розглядається, повинні суворо відповідати усередненому значенню дотичних контактних напружень, що діють з боку другого робочого валка, тобто

$$\tau_{xij(j+1)}|j = m = 0,5(p_{xi1}f_{x2i1} + p_{xi2}f_{x2i2}).$$

Таким чином, в результаті послідовного розрахунку всієї зони пластичної формозміни, тобто в результаті чисельного рекурентного рішення умов статичної рівноваги, при якому результуючі характеристики попереднього елементарного обсягу є вихідними стосовно розрахунку наступного, може бути визначений весь комплекс основних показників, що характеризують напружено-деформований стан при прокатуванні відносно тонких багат шарових поліметалевих листів та смуг. Як напрямок даного рекурентного рішення використовували напрям, відповідний напрямку переміщення заготовки, що прокатується, а в якості початкових умов, враховуючи відомі значення вихідної товщини h_0 і наведеного значення заднього натягу T_0/b (див. рис. 5.1), використовували співвідношення наступного виду:

$$x_{i1}|i = 1 = L_{ni}; h_{xi1}|i = 1 = h_0; T_{xi1}/b|i = 1 = T_0/b; p_{xi1}|i = 1 = 0,0, \quad (5.25)$$

де позитивні значення T_{xi1} і T_0 , на що вже було зазначено раніше, відповідають напруженням стиснення, а негативні - напруженням розтягування заготівлі, що прокочується.

Умови ж зв'язку розглянутої рекурентної схеми розв'язання зони пластичного формозміни, що використовуються при переході від розрахунку i -го до розрахунку $(i+1)$ елементарного обсягу в цьому випадку відповідали:

$$\begin{aligned} x_{(i+1)1} = x_{i2}; h_{x(i+1)1} = h_{xi2}; 2K_{x(i+1)1j} = 2K_{xi2j}; \\ p_{x(i+1)1} = h_{xi2}; \sigma_{x(i+1)1j} = \sigma_{xi2j}; f_{x1(i+1)1} = f_{x1i2}; f_{x2(i+1)1} = f_{x2i2}. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Аналогічно, тобто на рекурентній основі, було здійснено і рішення зони пружного відновлення смуги в осередку деформації. При цьому, виходячи із узагальненого закону Гука [59]:

$$\varepsilon_1 = [p_x - \nu_m(\sigma_x + \sigma_z)]/E_m \quad (5.27)$$

враховуючи, що при плоскій пластичній деформації поперечні осьові напруження рівні $\sigma_z = (p_x + \sigma_x)/2$ [7] і, використовуючи прийняті символи, а також правила знаків відносно величини пружної деформації в

останньому граничному перерізі ($i=n$) зони пластичного формозміни, отримуємо:

$$\frac{h_{1p} - h_{xi2|i=n}}{h_{1p}} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{E_{mj}} (p_{xi2|i=n} (1 - 0,5v_{mj}) - 1,5v_{mj}\sigma_{xi2j}|i = n), \quad (5.28)$$

де E_{mj}, v_{mj} – модуль пружності і коефіцієнт Пуассона матеріалу кожної окремої j -ї складової композиції, що прокочується;

h_{1p} – розрахункове значення кінцевої товщини смуги у перерізі на виході із зони пружного відновлення.

Наслідуючи (5.28) абсолютне значення величини пружного сплюснення смуги, що прокочується $\delta h_1 = h_{1p} - h_{xi2}|i = n$, а разом із цим і загальна протяжність зони пружного відновлення L_{yn} (див. рис. 5.1), можуть бути визначені як

$$\delta h_1 = h_{xi2} \Big| i = n \left[1 - \sum_{j=1}^m \frac{1}{E_{mj}} (p_{xi2}|i = n (1 - 0,5v_{mj}) - 1,5v_{mj}\sigma_{xi2j}|i = n) \right];$$

(5.29)

$$L_{yn} = \sqrt{R_{np\delta} \delta h_1 - \delta h_1^2 / 4}. \quad (5.30)$$

Здійснивши за аналогією із зоною пластичного формозміни розбиття всієї протяжності зони пружного відновлення L_{yn} на k -у кількість t -их елементарних обсягів розглянемо геометричні параметри кожного з них (див. рис. 5.1, 5.3):

$$\Delta x^* = L_{yn}/k; \quad x_{t1}^* = \Delta x^* (t - 1); \quad x_{t2}^* = x_{t1}^* + \Delta x^* = \Delta x^* t; \quad (5.31)$$

$$h_{x^*t1} = h_1 \Big| i = n + \delta h_1 (x_{t1}^*/L_{yn})^{\alpha_h}; \quad h_{x^*t2} = h_1 \Big| i = n + \delta h_1 (x_{t2}^*/L_{yn})^{\alpha_h}, \quad (5.32)$$

де x^* – геометрична координата, що має свій початок у площині сполучення зон пластичного формозміни та пружного відновлення смуги, що прокочується;

Δx^* – крок розбиття зони пружного відновлення на k -у кількість t -их елементарних обсягів (див. рис. 5.1, 5.3)

Вважаючи, що розподілу нормальних контактних напружень по довжині зони пружного відновлення пропорційно відповідній зміні поточного значення товщини смуги, що прокочується, їх величину для початкового B^*C^* і кінцевого AD^* граничного перерізу кожного окремого i -го виділеного елементарного обсягу (див. рис. 5.3) визначити як

$$p_{x^*t1} = p_{xi2} \Big| i = n \frac{h_{1p} - h_{x^*t1}}{h_{1p} - h_{xi2}|i=n}; \quad p_{x^*t2} = p_{xi2} \Big| i = n \frac{h_{1p} - h_{x^*t2}}{h_{1p} - h_{xi2}|i=n}, \quad (5.33)$$

де $p_{xi2}|i = n; h_{xi2}|i = n$ – розрахункові значення нормальних контактних напружень та товщини смуги в кінцевому граничному перерізі

останнього ($i=n$) виділеного елементарного об'єму зони пластичної формозміни (див. рис. 5.1).

З урахуванням відомих значень нормальних p_{x^*t1} , p_{x^*t2} , а разом із цим i дотичних $\tau_{x^*1t} = 0,5(p_{x^*t1} + p_{x^*t2})f_{0on1}$, $\tau_{x^*2t} = 0,5(p_{x^*t1} + p_{x^*t2})f_{0on2}$ контактних напружень виходячи з умови статичної рівноваги кожного окремого виділеного елементарного обсягу зони пружного відновлення (див. рис. 5.3) на рекурентній основі проводили розрахунок наведеного до одиниці ширини значення натягу або підпору для кінцевого граничного перерізу A^*D^*

$$T_{x^*t2}/b = T_{x^*t1}/b + 0,5(p_{x^*t1} + p_{x^*t2})(h_{x^*t2} - h_{x^*t1}) - (\tau_{x^*1t} - \tau_{x^*2t})\Delta x^*, (5.34)$$

де початкові умови та умови зв'язку даної рекурентної схеми рішення зони пружного відновлення відповідали

$$x_{t1}|t = 1 = 0,0; T_{x^*t1}/b|t = 1 = T_{x^*i2}/b|i = n; p_{x^*t1}|t = 1 = p_{x^*i2}|i = n; h_{x^*t1}|t = 1 = h_{x^*i2}|i = n; (5.35)$$

$$x_{(t+1)1}^* = x_{t2}^*; h_{x^*(t+1)1} = h_{x^*t2}; T_{x^*(t+1)1}/b = T_{x^*t2}/b; p_{x^*(t+1)1} = p_{x^*i2}. (5.36)$$

Наступним найважливішим питанням, що стосується логічної постановки математичної моделі, що розглядається, є необхідність забезпечення початкових умов в останньому граничному перерізі зони пружного відновлення ($t = k$), тобто в перерізі на виході прокочується композиції з робочих валків (див. рис. 5.1):

$$T_{xt2}|t = k/b = [T_1]/b, (5.37)$$

де $[T_1]$ – задане значення переднього натягу або підпору листа або смуги, що прокочується.

Досягнення умови (5.37), у свою чергу, здійснювали за рахунок організації додаткової ітераційної процедури рішення відносно визначення відносної протяжності зони випередження на провідному робочому валку $S_{L1} = L_{on1}/L_{пл}$ (см. рис. 5.1). В основу даного ітераційного рішення було покладено метод дихотомії [24], що має у цьому випадку наступну алгоритмічну інтерпретацію:

$$S_{L1(\xi+1)} = (S_{L1min\xi} + S_{L1max\xi})/2;$$

$$S_{L1min(\xi+1)} = S_{L1\xi} \text{ u } S_{L1max(\xi+1)} = S_{L1max\xi} \text{ nпу } T_{x^*t2}|t = k > [T_1]/b; \\ S_{L1min(\xi+1)} = S_{L1min\xi} \text{ u } S_{L1max(\xi+1)} S_{1t} \text{ nпу } T_{x^*t2}|t = k < [T_1]/b, (5.38)$$

де ξ – порядковий номер чергового циклу використовуваної ітераційної процедури;

S_{L1min} , S_{L1max} – умовні значення можливого мінімуму і максимуму при кількісному визначенні показника відносної протяжності зони випередження на провідному робочому валку S_{L1} .

Як критерій збіжності ітераційного рішення (5.38) використовували умову

$$|T_{xt2}|t = k - [T_1]|/(h_1 b) \leq 0,01, \quad (5.39)$$

а як опорні, тобто початкові значення S_{L1min} , S_{L1max} були прийняті

$$S_{L1 min} \xi | \xi = 1 = 0,0 \text{ и } S_{L1 max} \xi | \xi = 1 = 1,0. \quad (5.40)$$

У міру визначення відносного S_{L1} , а разом з цим і абсолютного $L_{оп1} = L_{пл} S_{L1}$ значень протяжності зони випередження на провідному робочому валку (див. рис. 5.1), враховуючи показник ступеня кінематичної асиметрії процесу прокатки $K_V = V_{\phi1}/V_{\phi2} = h_{н2}/h_{н1}$ і, слідуючи (5.1), проводили розрахунок товщини смуги в перерізі, що є нейтральним для веденого робочого валка:

$$h_{н2} = K_V h_{н1} = K_V (h_1 + \Delta h (L_{он1}/L_{нл}))^{a_h}, \quad (5.41)$$

А разом із цим і протяжність зони випередження $L_{он2}$ на ведомому валку

$$L_{он2} = L_{нл} \left\{ \frac{K_V (h_1 + \Delta h (L_{он1}/L_{нл}))^{a_h} - h_1}{\Delta h} \right\}^{(1/a_h)}, \quad (5.42)$$

знання якої необхідне для коректного використання залежностей (5.5) і (5.6).

Ітераційна схема рішення була покладена в основу та при організації обліку пружного сплющування робочих валків та смуги. При цьому в першому циклі розрахунків і робочі валки, і смуга, що прокочується, приймалися пружно недеформованими, $R_{нр\phi} = 2R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ з урахуванням чого згідно (5.1) робили розбиття вогнища деформації, а також подальше визначення x_{i1} , x_{i2} , і h_{xi1} , h_{xi2} . Після цього, згідно з розглянутими в рамках даної роботи аналітичними залежностями, проводили розрахунок напружено-деформованого стану композиції, що прокочується, а виходячи з результатів даного розрахунку, тобто з відомих кількісних оцінок p_{xi1} і p_{xi2} і, зробили розрахунок середньо інтегрального значення нормальних контактних напружень p_{cv} по довжині зони пластичного формозміни

$$p_{cv} = \frac{1}{L_{нл}} \sum_{u=1}^m \frac{p_{xi1u} + p_{xi2u}}{2} \Delta x_u, \quad (5.43)$$

з урахуванням якого визначали нове значення протяжності зони пластичного формозміни, що враховує пружне сплющування робочих валків [7]

$$L_{нлв} = \sqrt{\frac{2R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Delta h + x_{Lv}^2} + x_{Lv}, \quad (5.44)$$

де $x_{Lv} = \frac{16R_1R_2}{R_1+R_2} p_{cv} \frac{(1-\nu_s^2)}{\pi E_s}$ – допоміжна змінна;

ν_s, E_s – коефіцієнт Пуассона та модуль пружності матеріалу робочих валків;

v - порядковий номер чергового циклу цієї ітераційної процедури вирішення.

Надалі, виходячи із відомого значення $L_{nлс}$ проводили розрахунок нового значення наведеного радіусу упругодеформованих робочих валків

$$R_{np\delta(v+1)} = (L_{nлсv}^2 + \Delta h^2 / 4) / \Delta h, \quad (5.45)$$

з урахуванням якого проводили згідно (5.1) нове розбиття зони пластичної формозміни, її подальше чисельне рекурентне рішення, а також згідно (5.27) - (5.36) розрахунок геометрії і напружено-деформованого стану в зоні пружного відновлення прокатується смуги. Критеріально оцінку збіжності даної ітераційної процедури проводили за відносною величиною збільшення протяжності зони пластичного формозміни в попередньому ($v-1$) і даному v циклах:

$$\delta L = 100 \frac{L_{nлв} - L_{nлс(v-1)}}{L_{nлв}} \leq 0,1\%. \quad (5.46)$$

І, нарешті, останнім питанням, що стосується розробки цільової математичної моделі, що розглядається, є визначення таких найважливіших інтегральних характеристик, якими, зокрема, є величини сили P і моментів M_1 і M_2 прокатки. Безпосередньо визначення сили прокатки, слідуючи прийнятій кінцево-різницевої схемі та виходячи з відомих кількісних оцінок локальних характеристик напруженого стану в зоні пластичного $p_{xi1}, p_{xi2}, \tau_{x1i1}, \tau_{x1i2}, \tau_{x2i1}, \tau_{x2i2}$ і зоні пружного $p_{x^*t1}, p_{x^*t2}, \tau_{x^*1t}, \tau_{x^*2t}$ формозмінення здійснювали на основі чисельного інтегрування:

$$p = b \left\{ \sum_{i=1}^n 0,5(p_{xi1} + p_{xi2}) \Delta x + \sum_{t=1}^k 0,5(p_{x^*t1} + p_{x^*t2}) \Delta x^* \right\}. \quad (5.47)$$

Аналогічно стосовно моментів прокатки на ведучому

$$M_1 = R_1 b \left\{ \sum_{i=1}^n 0,5(\tau_{x1i1} + \tau_{x1i2}) \Delta x + \sum_{t=1}^k \tau_{x^*1t} \Delta x^* \right\} \quad (5.48)$$

та веденому робочих валках

$$M_2 = R_2 b \left\{ \sum_{i=1}^n 0,5(\tau_{x2i1} + \tau_{x2i2}) \Delta x + \sum_{t=1}^k \tau_{x^*2t} \Delta x^* \right\}. \quad (5.49)$$

Крім зазначених вище результуючих параметрів процесу прокатки в рамках аналізованої математичної моделі визначали також величину випередження смуги по відношенню до кожного з робочих валків (див. рис. 5.1):

$$S_1 = (h_{н1}/h_{н2} - 1) 100\% = \{ [h_1 + \Delta h (L_{он1}/L_{нл})^{a_h}] / h_1 - 1 \}; \quad (5.50)$$

$$S_2 = (h_{н2}/h_{н1} - 1) 100\% = \{ [h_1 + \Delta h (L_{он2}/L_{нл})^{a_h}] / h_1 - 1 \} \quad (5.51)$$

та величину окремої енергоємності процесу прокатки:

$$A_{np} = \{M_1/[R_1bh_1(1 + S_1)] + M_2/[R_2bh_1(1 + S_2)] + T_1/(bh_1) - T_0/(bh_1)\} / \rho_n, \quad (5.52)$$

де $\rho_n = \sum_{j=1}^m \rho_j h_{0j} / h_0$ – показник щільності композиції, що прокатується, усереднений по всьому її обсягу.

Загалом, представлені залежності у своїй сукупності та поєднанні склали повний алгоритм з автоматизованого розрахунку локальних та інтегральних характеристик напружено-деформованого стану при прокатці відносно тонких стрічок, листів і смуг із змінними за їх товщиною механічними властивостями (рис. 5.4 та 5.5).

Як приклад результатів чисельної реалізації отриманих у разі програмних засобів малюнку 5.6 представлені розрахункові розподілу відносної похибки:

$$\delta Y = 100|Y_{(n)} - Y_{(n=500)}|Y_{(n=500)},$$

визначення основних технологічних характеристик залежно від кількості розбиття зони пластичного формозміни, що використовується, за її довжиною. Як видно з представлених розподілів зі збільшенням відносних похибок розрахунку і локальних, і інтегральних харак-

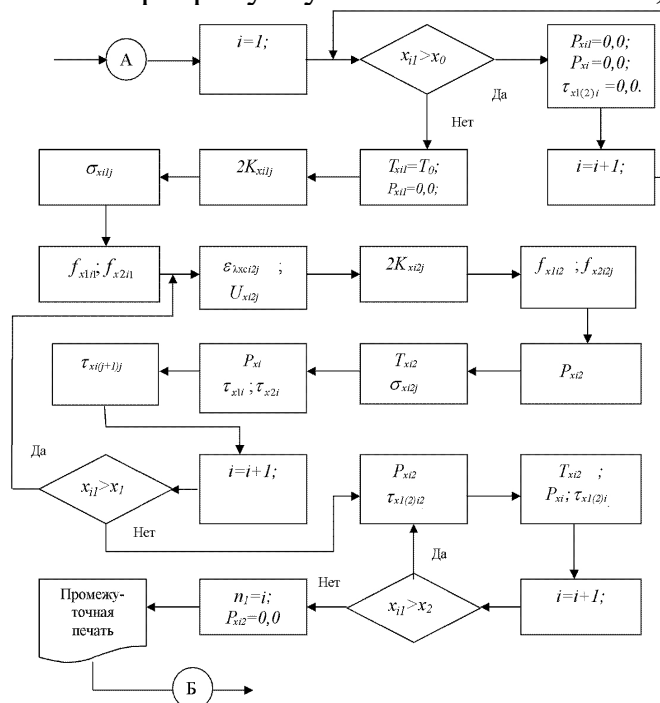


Рисунок 5.4 – Фрагмент укрупненої блок-схеми алгоритму розрахунку напружено-деформованого стану при реалізації процесу прокатки відносно тонких листів і смуг із рівнями фізико-механічних властивостей, що змінюються за товщиною

теристики напружено-деформованого стану знижуються, при цьому максимальна інтенсивність зазначеного зниження має місце в діапазоні $n=1,0 \dots 100$ (див. рис. 5.6). Для забезпечення необхідної точності $\delta Y < 0,5\%$ необхідним і достатнім є використання кількості розбивок $n = 100 \dots 200$, де великі значення зазначеного діапазону відповідають вищим значенням відносної протяжності вогнища деформації. Аналогічний показник для кількості розбиття вогнища деформації за його висотою при аналізі, наприклад, процесу прокатки монометалічного середовища становить $m = 10 \dots 30$, де менші значення відповідають мінімальній товщині стрічок, що прокочуються, листів і смуг.

Безпосередньо розрахункові розподіли основних компонент напруженого стану, отримані стосовно різних умов реалізації технологічної схеми процесу прокатки, що розглядається, представлені на малюнках 5.7-5.10, а їх аналіз свідчить про досить складний характер зміни і нормальних, і дотичних напружень як у довжині, і по висоті вогнища деформації. Зокрема, при відмінності в рівнях механічних властивостей нормальні осіові напруження σ_{ij} не рівні між собою, при цьому для одного і того ж вертикального перерізу можливим є наявність напружень стиснення

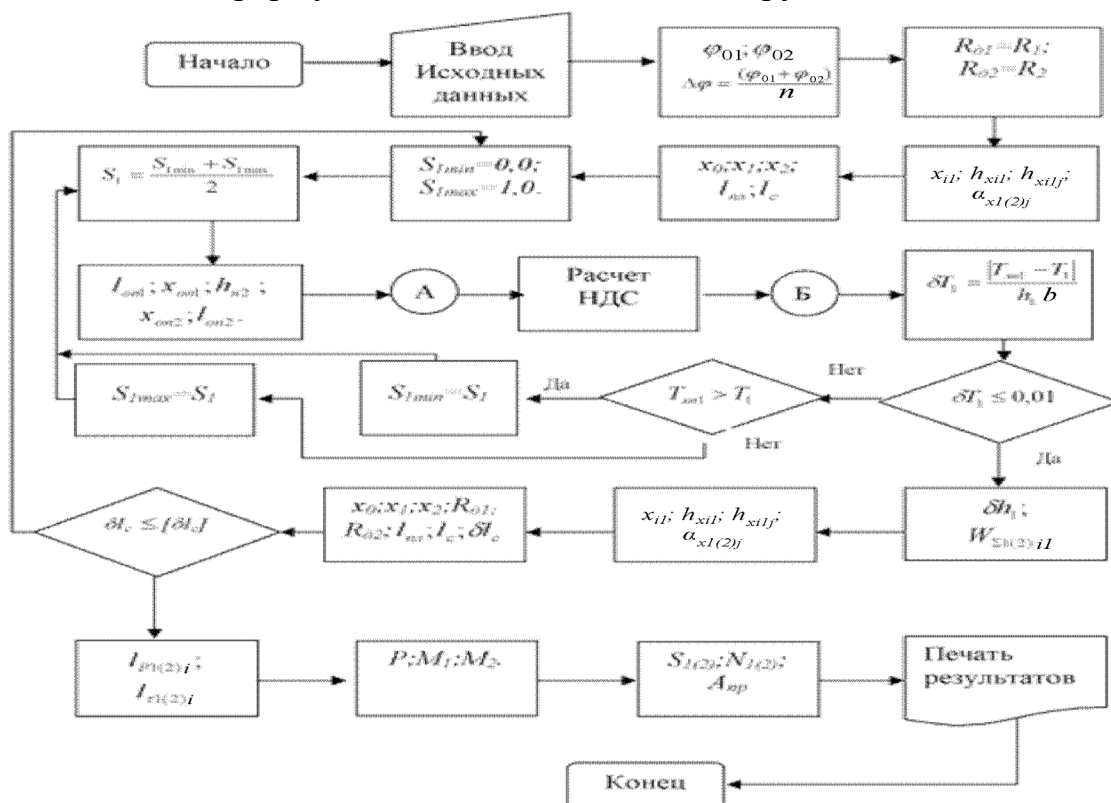
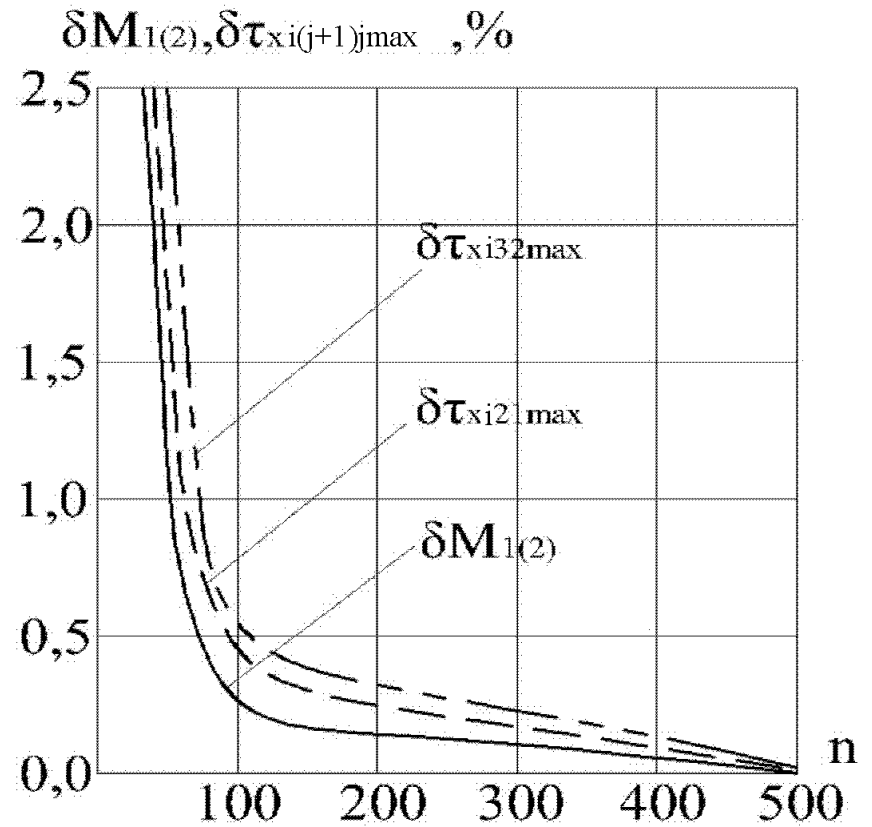
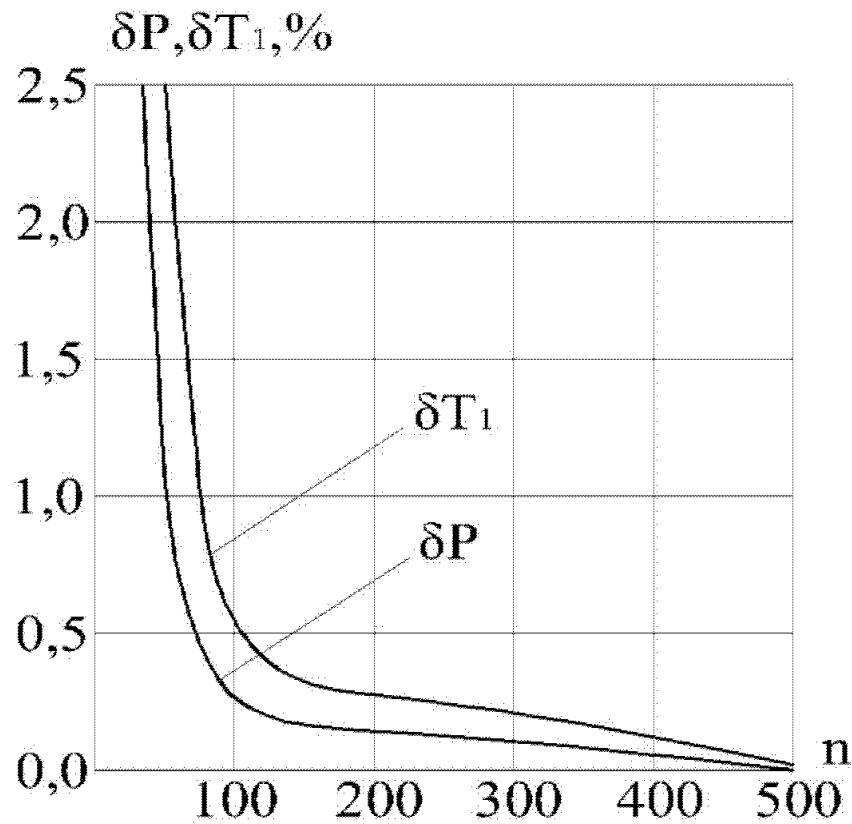


Рисунок 5.5 – Укрупнена блок-схема алгоритму математичної моделі процесу прокатки відносно тонких листів і смуг із рівнями фізико-механічних властивостей, що змінюються за товщиною

м'якої та напруження розтягування для твердої складової (див. рис. 5.7, а; 5.8, а; 5.9, а). Зі збільшенням ступеня відмінності в рівнях механічних вла-

стивостей, а також при збільшенні ступеня невідповідності в геометричних характеристиках різних складових ступінь неоднорідності напруженого стану зростає і зростає дуже істотно, а це, у свою чергу, підвищує ймовірність порушення цілісності композиції, що прокочується як з точки зору гранично допустимих нормальних σ_{xij} , так і з точки зору гранично допустимих міжшарових зсувних $\tau_{xi(j+1)j}$ напружень.

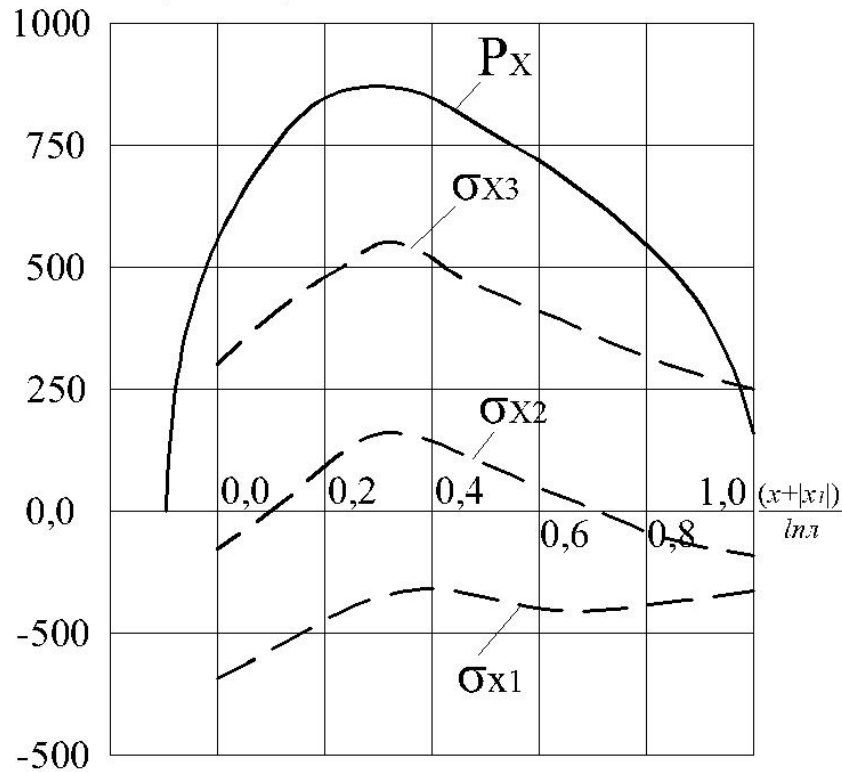
Зниження ступеня неоднорідності напруженого стану, а також зменшення рівнів небезпечних напружень, як показав проведений кількісний аналіз, результати якого більш детально представлені в роботах [57, 60], можуть бути забезпечені за рахунок вихідної підготовки та вибору раціональних геометричних співвідношень різних складових, а також за рахунок всебічного вдосконалення таких найважливіших технологічних і конструктивних параметрів, як режими обтискань, умови контактного тертя, ступінь кінематичної та геометричної асиметрії, величина переднього та заднього натягів або підпору, радіуси робочих валків і т. д. При гарячій прокатці чимало факторами також є температура та швидкість деформації. Як науковий інструмент, що визначає ефективність того чи іншого



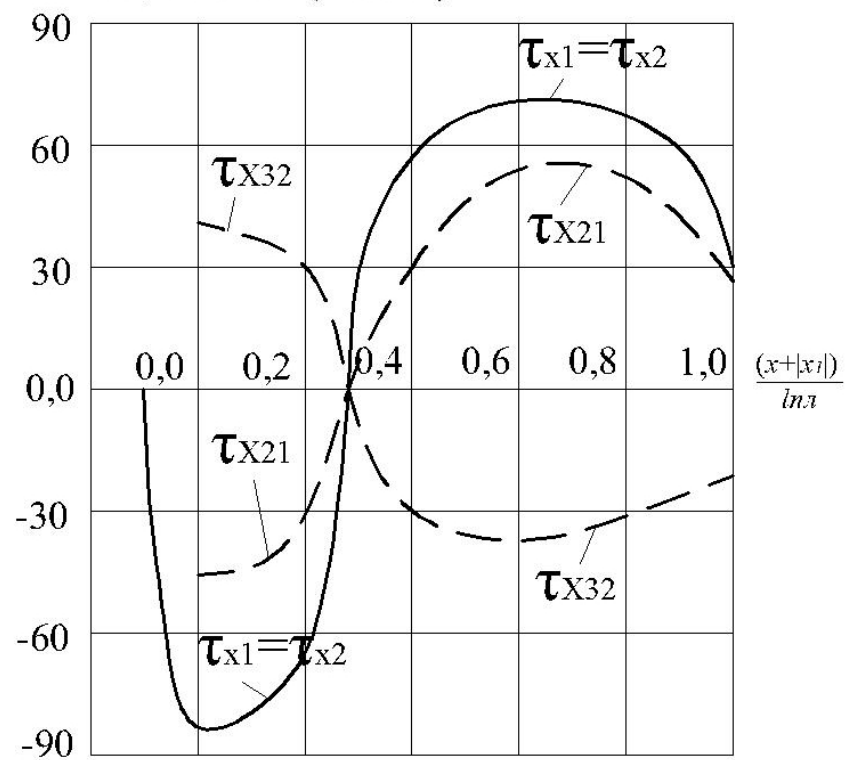
$h_0=4,0 \text{ мм}, h_1=3,0 \text{ мм}, h_{01}=h_{03}=1,0 \text{ мм}, h_{02}=2,0 \text{ мм}, R_1=R_2=160 \text{ мм}, f_{01}=f_{02}=0,09, K_V=1,0$

Рисунок 5.6 – Розрахункові розподіли відносної похибки визначення основних технологічних параметрів залежно від кількості розбиття вогнища деформації при математичному моделюванні процесу холодної прокатки тришарової поліметалічної композиції «сталь 12X18H10T – сталь 20-мідь M1»

$P_x, \sigma_{xj} (\text{МПа})$

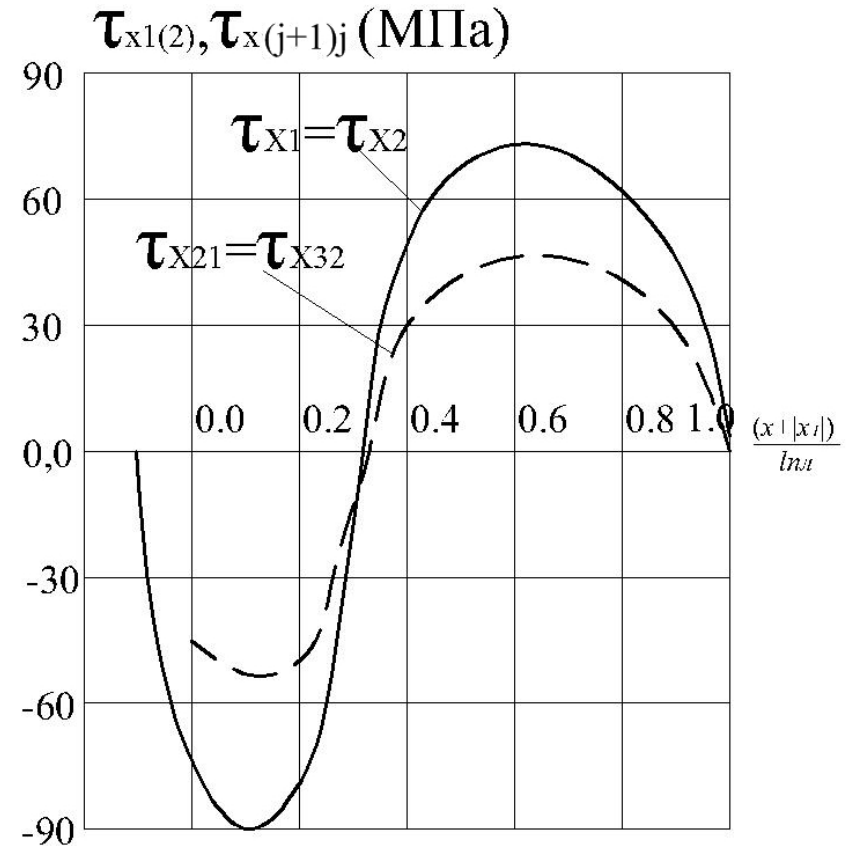
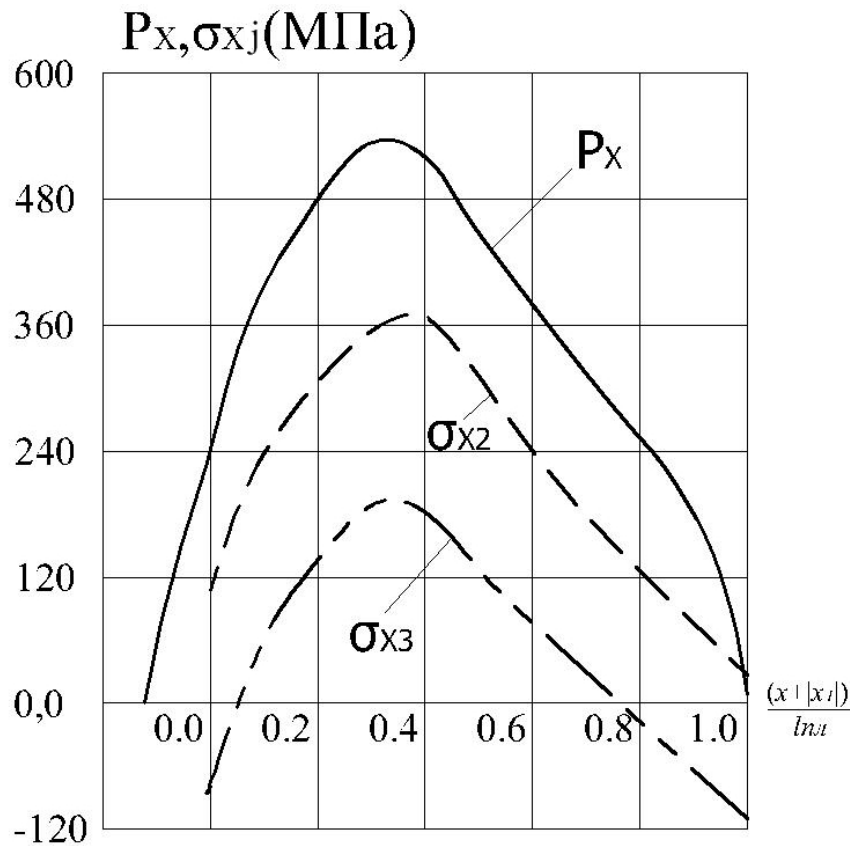


$\tau_{x1(2)}, \tau_{x(j+1)j} (\text{МПа})$



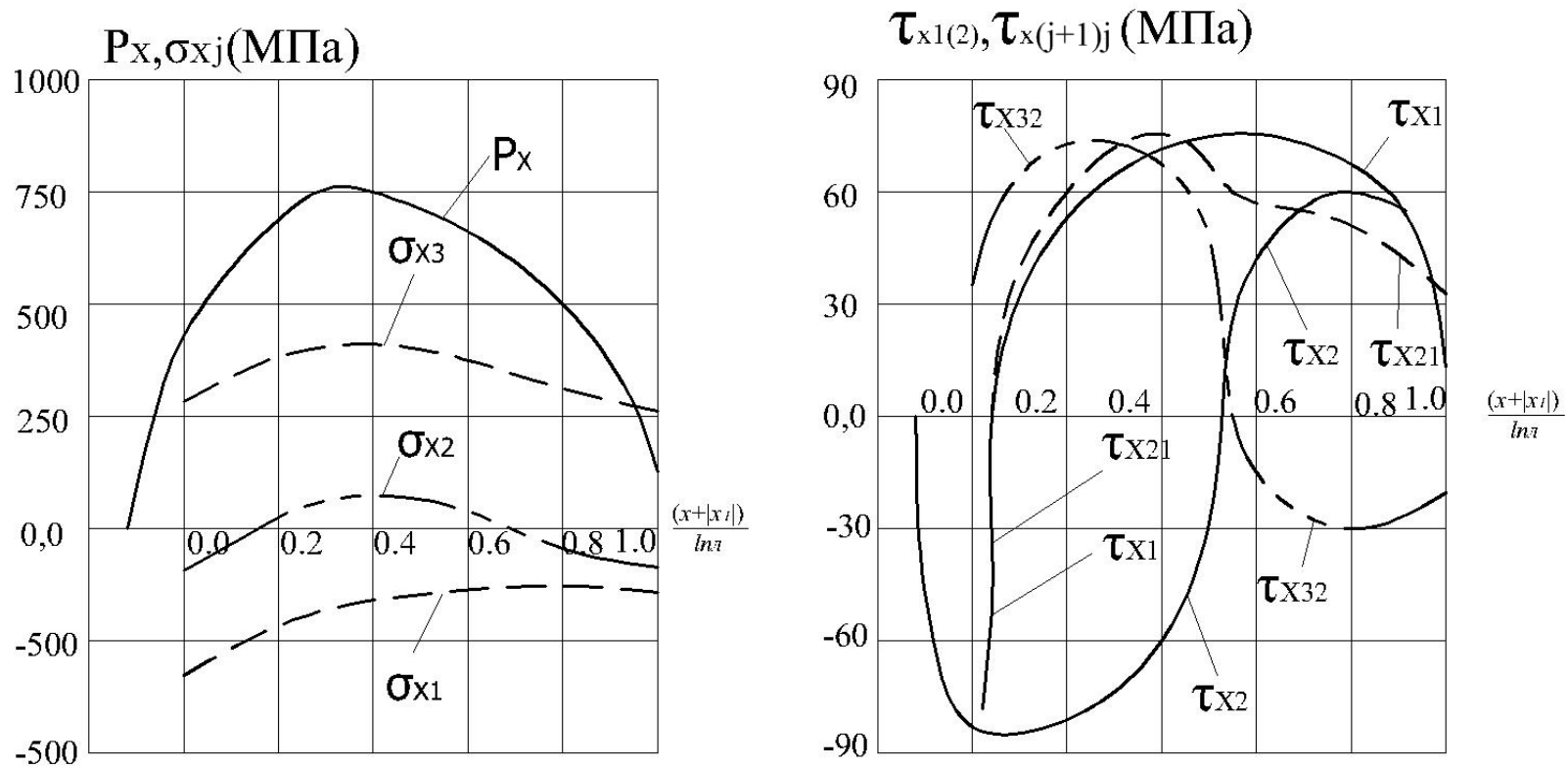
$$h_0=4,0 \text{ мм}, h_1=3,0 \text{ мм}, h_{01}=h_{03}=1,0 \text{ мм}, h_{02}=2,0 \text{ мм}, R_1=R_2=160 \text{ мм}, f_{01}=f_{02}=0,095, \\ T_0=-30 \text{ кН}, T_1=-60 \text{ кН}, K_V=1,0$$

Рисунок 5.7 – Розрахункові розподіли основних компонентів напруженого стану, що мають місце при холодній симетричній прокатці тришарової поліметалічної композиції «сталь 12Х18Н10Т – сталь 20-мідьМ1»



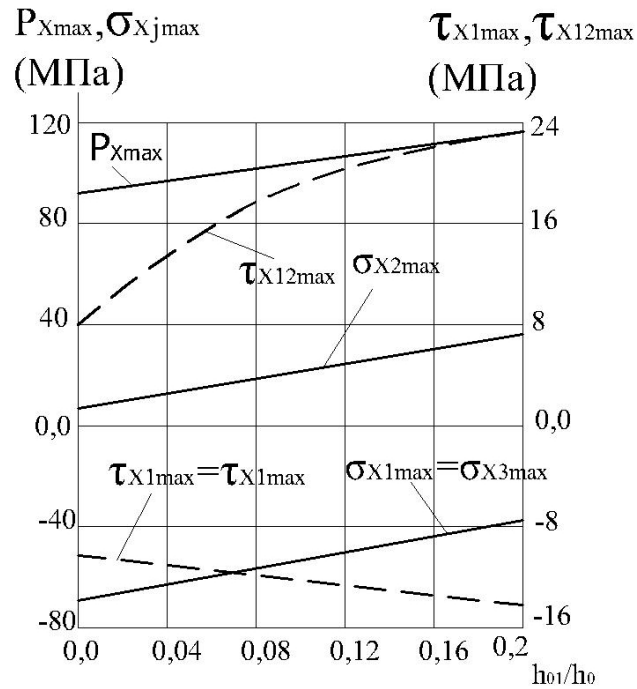
$h_0=5,0 \text{ мм}, h_1=3,5 \text{ мм}, h_{01}=h_{03}=1,0 \text{ мм}, h_{02}=3,0 \text{ мм}, R_1=R_2=250 \text{ мм}, f_{01}=f_{02}=0,18, T_0=T_1=0 \text{ кН}, t=1000 \text{ 0С}, V_1=1 \text{ м/с}$

Рисунок 5.8 – Розрахункові розподіли основних компонентів напруженого стану, що мають місце при гарячій симетричній прокатці тришарової біметалічної композиції «сталь 12Х18Н10Т – сталь 3- сталь 12Х18Н10Т»

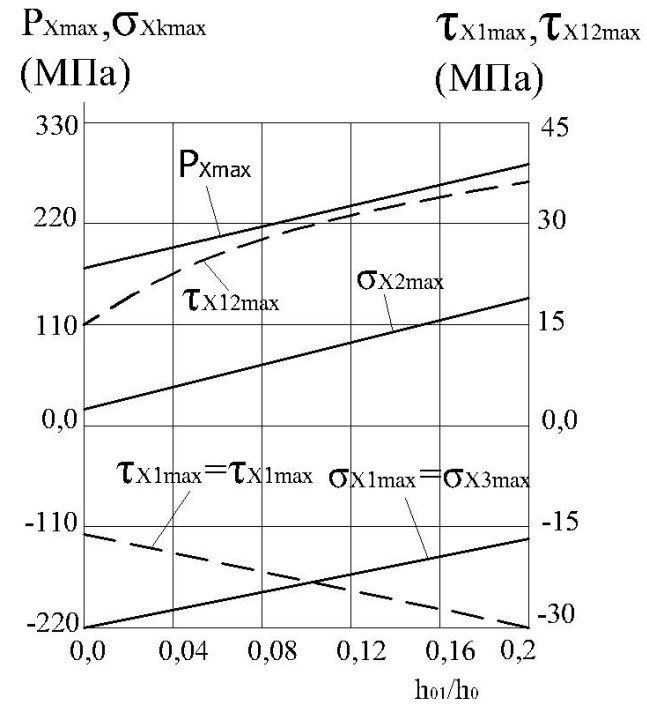


$$h_0=4,0 \text{ мм}, h_1=3,0 \text{ мм}, h_{01}=h_{03}=1,0 \text{ мм}, h_{02}=2,0 \text{ мм}, R_1=R_2=160 \text{ мм}, f_{01}=f_{02}=0,095, \\ T_0=-30 \text{ кН}, T_1=-60 \text{ кН}, b=400 \text{ мм}, K_V=1,0$$

Рисунок 5.9 – Розрахункові розподіли основних компонент напруженого стану, що мають місце при холодній асиметричній прокатці тришарової поліметалічної композиції «сталь 12X18H10T-сталь 20- медь М1»



a



б

a – $h_0=22$ мм; $h_1=21$ мм; $R_1=R_2=335$ мм;

б – $h_0=5$ мм; $h_1=3,5$ мм; $R_1=R_2=160$ мм;

$T_0=T_1=0$ кН; $f_{c1}=f_{c2}=0,09$; $K_V=1,0$; $a_f=0,35$

Рисунок 5.10 – Розрахункові розподіли основних компонентів напруженого стану, що мають місце при гарячій симетричній прокатці тришарової біметалічної композиції «сталь 12X18H10T – сталь 3 – сталь 12X18H10T»

технічного рішення, може бути використана розглянута вище чисельна кінцево-різна математична модель.

Слід зазначити, що використання конечно-разностного підходу дозволяє реалізувати наступне чисельне рекурентне рішення не тільки виходячи з умови статичної рівноваги, а виходячи з умови балансу енергетичних витрат при аналізі кожного окремого виділеного елементарного обсягу зони пластичного формозміни металу (див. рис. 5.2) [60]

$$N_{x_{\tau 1 i}} + N_{x_{\tau 1 i}} + N_{x_{\tau 2 i}} = N_{x_{\tau 1 2}} + N_{x_{\tau c 1 i}} + N_{x_{\tau c 2 i}} + N_{x_{F i}}, \quad (5.53)$$

де $N_{x_{\tau 1 i}}$, $N_{x_{\tau 2 i}}$ – поточні по довжині вогнища деформації значення потужності підпору або натягу, що діють, відповідно, в початковому і кінцевому граничних перерізах елементарного об'єму, що розглядається;

$N_{x_{\tau 1 i}}$, $N_{x_{\tau 2 i}}$ – поточні значення потужності, що підводиться або відводиться від елементарного об'єму при його взаємодії з контактними поверхнями провідного та веденого робочих валків;

$N_{x_{\tau c 1 i}}$, $N_{x_{\tau c 2 i}}$ – поточні значення потужності, що витрачається на тертя-ковзання на відповідних контактних поверхнях;

$N_{x_{F i}}$ – потужність, що витрачається безпосередньо на пластичну формозміну металу в рамках даного j -елементарного обсягу.

Розкривши, виходячи з рекомендацій роботи [29] складові рівняння (5.53) і дотримуючись припущення про двовимірний характер пластичного формозміни та прийнятої схеми усереднення дотичних контактних напружень

$$\tau_{x1(2)i} = [p_{x1i}f_{x1(2)i1} + p_{x2i}f_{x1(2)i2}] / 2, \quad (5.54)$$

одержимо

$$\begin{aligned} & \frac{T_{x1i}V_{x1i}}{b} + \frac{p_{x1i}f_{x1i1} + p_{x2i}f_{x1i2}}{2\cos\alpha_{x1i}} \Delta x V_{\delta 1} + \\ & + \frac{p_{x1i}f_{x2i1} + p_{x2i}f_{x2i2}}{2\cos\alpha_{x2i}} \Delta x V_{\delta 2} + \frac{T_{x2i}V_{x2i}}{b} + \\ & + \frac{1}{2} \left[p_{x1i}f_{x1i1} \left[V_{\delta 1} - \frac{V_{x1i}}{\cos\alpha_{x1i}} \right] + p_{x2i}f_{x1i2} \left[V_{\delta 1} - \frac{V_{x2i}}{\cos\alpha_{x1i}} \right] \right] \times \\ & \times \frac{\Delta x}{\cos\alpha_{x1i}} + \frac{1}{2} \left[p_{x1i}f_{x2i1} \left[V_{\delta 2} - \frac{V_{x1i}}{\cos\alpha_{x2i}} \right] + p_{x2i}f_{x2i2} \left[V_{\delta 2} - \frac{V_{x2i}}{\cos\alpha_{x2i}} \right] \right] \times \\ & \times \frac{\Delta x}{\cos\alpha_{x2i}} + \frac{N_{x_{F i}}}{b}, \quad (5.55) \end{aligned}$$

де V_{x1i} , V_{x2i} – швидкості переміщення композиції, що прокочується в початковому і кінцевому граничних перерізах виділеного елементарного об'єму (див. рис. 5.2).

З урахуванням наявності вкрай незначних кількісних оцінок поточних значень кутів контакту, тобто

$$\cos\alpha_{x1i} \approx \cos\alpha_{x2i} \approx 1,0, \quad (5.56)$$

а також з урахуванням очевидних, чисто кінематичних та геометричних співвідношень,

$$V_{xi1} = V_{B2} h_{H2} / h_{xi1}, V_{xi2} = V_{B2} h_{H2} / h_{xi2} \text{ и } V_{B1} = K_v V_{B2} \quad (5.57)$$

вираз (5.55) перетворюється на вигляд

$$\begin{aligned} & \frac{T_{xi1} h_{H2}}{b h_{xi}} + \frac{p_{xi1}}{2} [K_v f_{x1i1} + f_{x2i1}] \Delta x + \frac{p_{xi2}}{2} [K_v f_{x1i2} + f_{x2i2}] \Delta x = \\ & = \frac{T_{xi2} h_{H2}}{b h_{xi2}} + \frac{p_{xi1}}{2} \left[f_{x1i1} \left[K_v - \frac{h_{H2}}{h_{xi1}} \right] + f_{x2i1} \left[1 - \frac{h_{H2}}{h_{xi1}} \right] \right] \Delta x + \\ & + \frac{p_{xi2}}{2} \left[f_{x1i1} \left[K_v - \frac{h_{H2}}{h_{xi2}} \right] + f_{x2i2} \left[1 - \frac{h_{H2}}{h_{xi2}} \right] \right] \Delta x + \frac{N_{xFi}}{b V \sigma^2}, \end{aligned} \quad (5.58)$$

де поточне значення потужності пластичного формозміни багатошарової поліметалічної композиції може бути визначено як

$$N_{xFi} = \frac{V_{\sigma 2} h_{H2} b}{2 h_{xi2}} \sum_{j=1}^m K_{\lambda ij} [2K_{xi1j} + 2K_{xi2j}] h_{xi2j} \ln \left[\frac{h_{xi1}}{h_{xi2}} \right]. \quad (5.59)$$

Підставивши в аналітичний опис N_{xFi} , а також виразивши компоненти T_{xi2}/b згідно (5.10) та вирішивши отримане з урахуванням цього рівняння відносно p_{xi2} , маємо

$$\begin{aligned} p_{xi2} = & \left\{ \sum_{j=1}^m 2K_{xi2j} h_{xi2j} + \frac{T_{xi1} h_{xi2}}{b h_{xi1}} + \frac{p_{xi1} h_{xi2}}{2 h_{xi1}} [f_{x1i1} + f_{x2i1}] \Delta x - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \ln \left[\frac{h_{xi1}}{h_{xi2}} \right] \sum_{j=1}^m K_{\lambda ij} [2K_{xi1j} + 2K_{xi2j}] h_{xi2j} \right\} / \\ & / \{ h_{xi2} - 0,5 [f_{x1i2} + f_{x2i2}] \Delta x \}, \end{aligned} \quad (5.60)$$

що за аналогією з (5.20) і може бути покладено в основу при подальшому рекурентному чисельному рішенні зони пластичного формозміни. В іншому ж, тобто в початковому розбиття вогнища деформації у визначенні зсувних міжшарових напружень $\tau_{xi(j+1)j}$, у початкових умовах та умовах зв'язку, у розрахунку зони пружного відновлення, чисельному інтегруванні та організації ітераційних процедур, з визначення протяжностей зон випередження та обліку пружного сплющування робочих валків математична модель, заснована на вирішенні умови балансу енергетичних витрат, буде повністю аналогічна математичній моделі, заснованої на аналізі умови статичної рівноваги (див. рис. 5.4 і 5.5) [60].

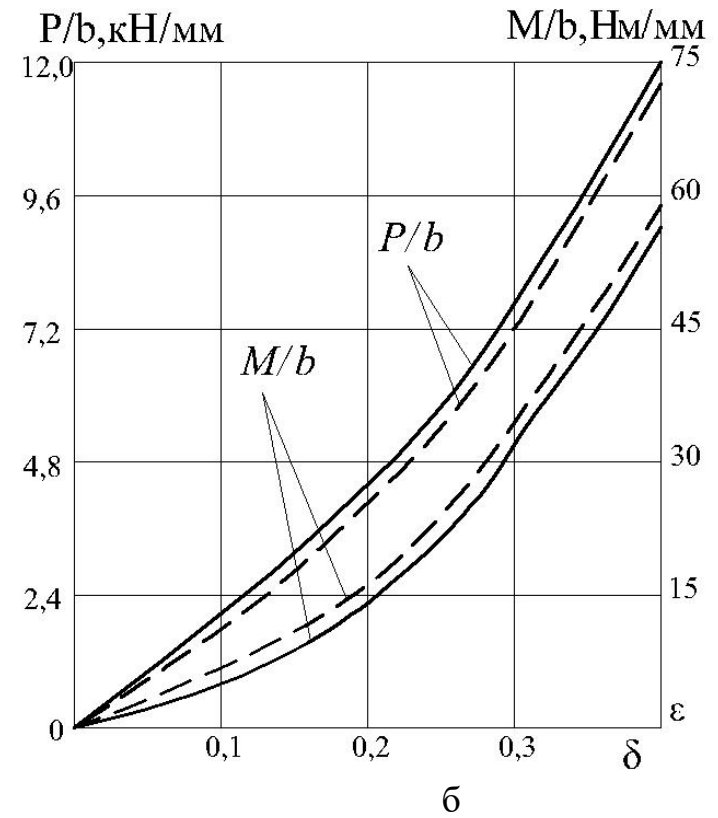
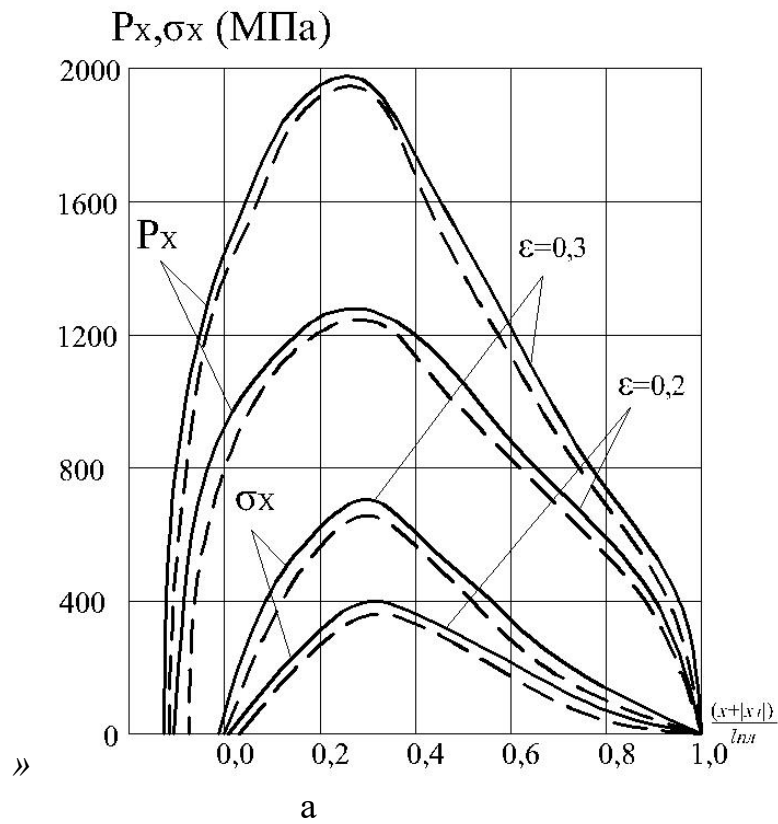
Аналогічними у разі є результати чисельної реалізації, деякі з яких як приклад представлені малюнку 5.11. Дані розрахунки були виконані при еквівалентних вихідних даних, при цьому ступінь невідповідності в кількісних локальних оцінках (див. рис. 5.11, а) і інтегральних (див. рис. 5.11, б) характеристик у відносному вимірі не перевищила 3 ... 5%. Зазначене, поряд з результатами зіставлення розрахункових та емпіричних розподілів, свідчить про достатню міру достовірності розглянутих математичних моделей, а це, у свою чергу, підтверджує можливість їх використання стосовно вирішення широкого кола

завдань, пов'язаних з аналізом і удосконаленням конкретних технологій та обладнання. Аналогічний підхід, т. е. підхід, заснований на чисельному рекурентному рішенні кінцево-різницевої форми запису умови статичної рівноваги або умови балансу енергетичних витрат, може бути реалізований також і по відношенню до аналізу процесів волочіння, сортової і поперечної прокатки, сса прокатки по-рошкових матеріалів, правки, згинання та інших технологічних схем, пов'язаних з виробництвом та подальшою обробкою тиском готового металопрокату [61–64].

6 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИ РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОЦЕСУ ПЛАКУВАННЯ ВІДНОСНО ТОНКИХ СТІЧОК, ЛИСТІВ І СМУГ

Основною технологічною особливістю процесу плакування є спільна прокатка двох або більше стрічок, листів або смуг з освітою досить міцних міжшарових металевих зв'язків безпосередньо в осередку деформації [26]. Отримані з урахуванням викладеного вище, а також з урахуванням методики, розглянутої в рамках попереднього розділу, розрахункова схема інтегрального вогнища деформації та розрахункова схема виділеного елементарного обсягу, що мають місце при реалізації процесу плакування двошарових, тобто біметалічних заготовок, представлені на малюнку 6.1. Аналогічна схема з урахуванням наступного аналізу тільки верхньої половини вогнища деформації і нульових значень дотичних контактних напружень може бути використана і стосовно процесу плакування тришарових, симетричних за композиційною структурою відносно тонких стрічок, листів і смуг.

Як вихідні передумови, як і у разі математичного моделювання процесу прокатки багатошарових поліметалевих листів і смуг (див. Розд. 5), були використані результати виконаних теоретичних і експериментальних досліджень. Зокрема, розбиття вогнища де-



Сталь 12X18H10T; $h_0=1,0$ мм, $R=100$ мм, $T_0=T_1=0$ кН, $fC_1=fC_2=0,095$; $KV=1,0$

Рисунок 5.11 – Розрахункові розподіли локальних (а) та інтегральних (б) характеристик енергосилових параметрів процесу холодної прокатки на основі чисельного рекурентного вирішення умови статичної рівноваги (—) та умови балансу енергетичних витрат (-----)

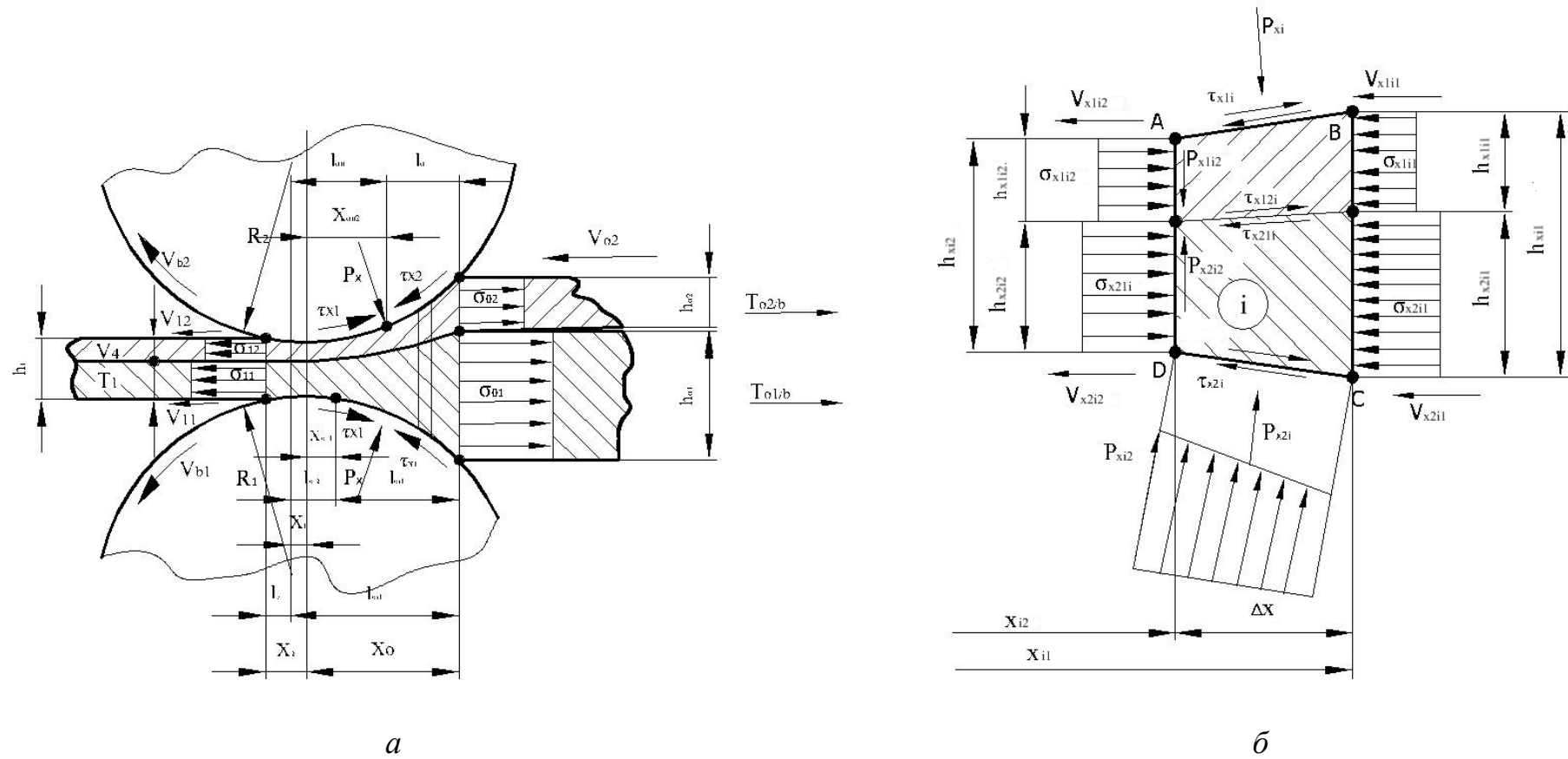


Рисунок 6.1 – Розрахункові схеми вогнища деформації (а) та виділеного елементарного обсягу (б), що мають місце при реалізації процесу плакування відносно тонких листів та смуг

формації на кінцеве безліч елементарних об'ємів та подальше визначення геометричних характеристик Δh і L_{nn} (див. рис. 6.1, а), а також подальше визначення поточних значень геометричних координат x_{i1} , x_{i2} і товщини всієї композиції, що прокочується. $h_{x_{i1}}$, $h_{x_{i2}}$ (див. рис. 6.1, б) здійснювали на основі чисельних рішень, розглянутих у рамках розділу 5. Поточні значення подвоєного опору зсуву для кожної окремої складової визначали на основі залежностей, представлених у роботах [8, 9, 10-12], а поточні значення коефіцієнтів зовнішнього тертя - на основі статечних описів (5.5) і (5.6), що впливають з узагальнення результатів відповідних експериментальних досліджень.

Торкаючись відмінних особливостей математичної моделі процесу плакування, необхідно відзначити, що при відсутності отриманих попередньо досить міцних міжшарових металевих зв'язків швидкості переміщення різних складових композиції, що прокочується, будуть еквівалентними тільки після зварювання тиском, що має місце для перерізів на виході з вогнища деформації, тобто $V_{11} = V_{12}$. Для решти перерізів початкові $V_{01} \neq V_{02}$ і поточні $V_{x_{1i2}} \neq V_{x_{2i2}}$ значення швидкостей переміщення різних складових дещо відрізнятимуться один від одного, а їх кількісні оцінки, а також кількісні оцінки відповідних їм поточних значень товщин $h_{x_{1i2}}$ і $h_{x_{2i2}}$ є невідомими та підлягають визначенню.

Поточні значення коефіцієнта міжшарового тертя $f_{x_{12i2}}$ за наявності відносно го ковзання, навпаки, є відомими і за аналогією з (5.5) та (5.6) можуть бути описані аналітично статечним виразом виду

$$f_{x_{12(21)i2}} = \pm f_{012(21)} [(x_{i2} - x_1) / L_{nn}]^{\alpha f_{12(21)}}, \quad (6.1)$$

де знак "+" при спірному значенні коефіцієнта f_{012} відповідає більш м'якій, а знак мінус – більш твердій складовій композиції, що прокочується..

Дотримуючись рекурентної схеми рішення, т. е. виходячи з відомих значень компонент напружено-деформованого стану початкового перерізу кожного окремого елементарного об'єму (див. рис. 6.1 б), безпосередньо наступний розрахунок зводиться до визначення аналогічних компонент кінцевого перерізу, що відповідають умовам статичної рівноваги кожної окремої складової та всієї композиції в цілому.

З огляду на це за аналогією з (5.15) для першої складової може бути записано

$$\begin{aligned} & \sigma_{x_{1i2}} h_{x_{1i2}} - \sigma_{x_{1i1}} h_{x_{1i1}} - 0,5 [p_{x_{1i1}} f_{x_{1i1}} + p_{x_{1i2}} f_{x_{1i2}}] \Delta x - \\ & - 0,5 [p_{x_{1i1}} f_{x_{2i1}} + p_{x_{1i2}} f_{x_{2i2}}] \Delta x + 0,5 [p_{x_{1i1}} + p_{x_{1i2}}] [h_{x_{1i1}} - h_{x_{1i2}}] = 0, \end{aligned} \quad (6.2)$$

звідки, як і у випадку (5.20), тобто стосовно шуканої величини нормальних контактних напружень $P_{x_{1i2}}$:

$$P_{x_{1i2}} = \frac{2(2K_{x_{1i2}} h_{x_{1i2}} + \sigma_{x_{1i1}} h_{x_{1i1}}) - p_{x_{1i1}} [(h_{x_{1i1}} - h_{x_{1i2}}) - (f_{x_{1i1}} + f_{x_{2i1}}) \Delta x]}{h_{x_{1i1}} + h_{x_{1i2}} - (f_{x_{1i2}} + f_{x_{2i2}}) \Delta x}, \quad (6.3)$$

де позитивні значення нормальних осьових напружень $\sigma_{x_{1i1}}$ і $\sigma_{x_{1i2}}$, як і раніше, відповідають напруженням стиснення, а їх кількісні оцінки можуть бути визначені як $\sigma_{x_{1i2}} = p_{x_{1i2}} - 2K_{x_{1i2}}$.

Цілкою аналогічно і по відношенню до другої складової

$$p_{x2i2} = \frac{2(2K_{x2i2}h_{x2i2} + \sigma_{x2i1}h_{x2i1}) - p_{x2i1}[(h_{x2i1} - h_{x2i2}) - (f_{x2i1} + f_{x12i1})\Delta x]}{h_{x2i1} + h_{x2i2} - (f_{x2i2} + f_{x12i2})\Delta x}, \quad (6.4)$$

де у випадках $\tau_{x1} > K_{x1}$, $\tau_{x2} > K_{x2}$ або $\tau_{x21} > K_{x1(2)}$ рівняння (6.3) і (6.4) мають бути трансформовані у суворій відповідності до (5.21)...(5.23), тобто з урахуванням $\tau_{x1} = K_{x1}$; $\tau_{x2} = K_{x2}$; $\tau_{x21} = K_{x1}$, при $K_{x1} \leq K_{x2}$ и $\tau_{x21} = K_{x2}$, при $K_{x1} > K_{x2}$.

З іншого боку, виходячи з умови рівноваги кінцевого перерізу у вертикальній площині, необхідним є виконання умови $p_{x1i2} = p_{x2i2}$, що, у свою чергу, може бути забезпечено за рахунок організації додаткової ітераційної процедури визначення кінцевих товщин h_{x1i2} і h_{x2i2} , що відповідають саме цій умові. Як математичне забезпечення вказаної вище ітераційної процедури використовували метод цілеспрямованого перебору варіантів [24], аналітичний опис якого має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} h_{x1i2(\xi+1)} &= h_{x1i2\xi} + A_h \text{sign}[p_{x1i2\xi} - p_{x2i2\xi}] ; \\ h_{x2i2(\xi+1)} &= h_{x2i2\xi} - h_{x1i2(\xi+1)}, \end{aligned} \quad (6.5)$$

де ξ - порядковий номер чергового циклу ітераційної процедури рішення;
 A_h - крок зміни кінцевої товщини першої складової, величина якого була прийнята змінною залежно від ступеня наближення до кінцевого результату:

$$\text{sign}[p_{x1i2\xi} - p_{x2i2\xi}] = \begin{cases} 1 - \text{при } p_{x1i2\xi} > p_{x2i2\xi}; \\ 0 - \text{при } p_{x1i2\xi} \approx p_{x2i2\xi}; \\ -1 - \text{при } p_{x1i2\xi} < p_{x2i2\xi}. \end{cases}$$

Як початкове, тобто опорне рішення при реалізації ітераційної процедури (6.5) використовували умову рівномірної витяжки:

$$h_{x1i2\xi}|\xi = 1 = h_{x1i1}h_{x2i2}/h_{x1i1}; h_{x2i2\xi}|\xi = 1 = h_{x2i1}h_{x1i2}/h_{x1i1}, \quad (6.6)$$

при цьому абсолютна похибка у разі визначення кінцевої товщини кожної із складових не перевищила 0,001 мм.

Укрупнена блок-схема розглянутого вище чисельного рішення представлена малюнку 6.2, у разі виконання умови $h_{x1i1}/h_{x1i2} = h_{x2i1}/h_{x2i2}$ (див. рис. 6.1, б), т. е. у разі рівності відносних витяжок і, як наслідок, наявності міжшарових сил тертя-спокою подальший розрахунок напружено-деформованого стану виробляти відповідно до математичної моделі процесу прокатки багатшарових поліметалевих композицій (див. Розд. 5). У суворій відповідності з даною математичною моделлю здійснювали також розрахунок зони пружного відновлення (5.28) - (5.36), визначення відносних протяжностей зон випередження (5.38) - (5.41), розрахунок геометричних характеристик вогнища деформації з урахуванням пружного сплющування робочих валків (5.43) - (5.46), а також чисельне інтегрування та визначення всього комплексу основних результуючих характеристик досліджуваного процесу (5.44) - (5.52). Тут слід вказати на те, що рішення, аналогічні (6.2) і (6.3), можуть бути отримані і на основі умови балансу енергетич-

них витрат, як це було зроблено у випадку (5.53) - (5.60). Крім того, при підстановці $h_{01}=h_{02}/2$; $h_{03}=h_{03}$; $R_1=\infty$; $f_{x1}=0,0$ отримана математична модель, на що вже було зазначено раніше, відповідатиме процесу плакування симетричної за товщиною тришарової біметалічної композиції.

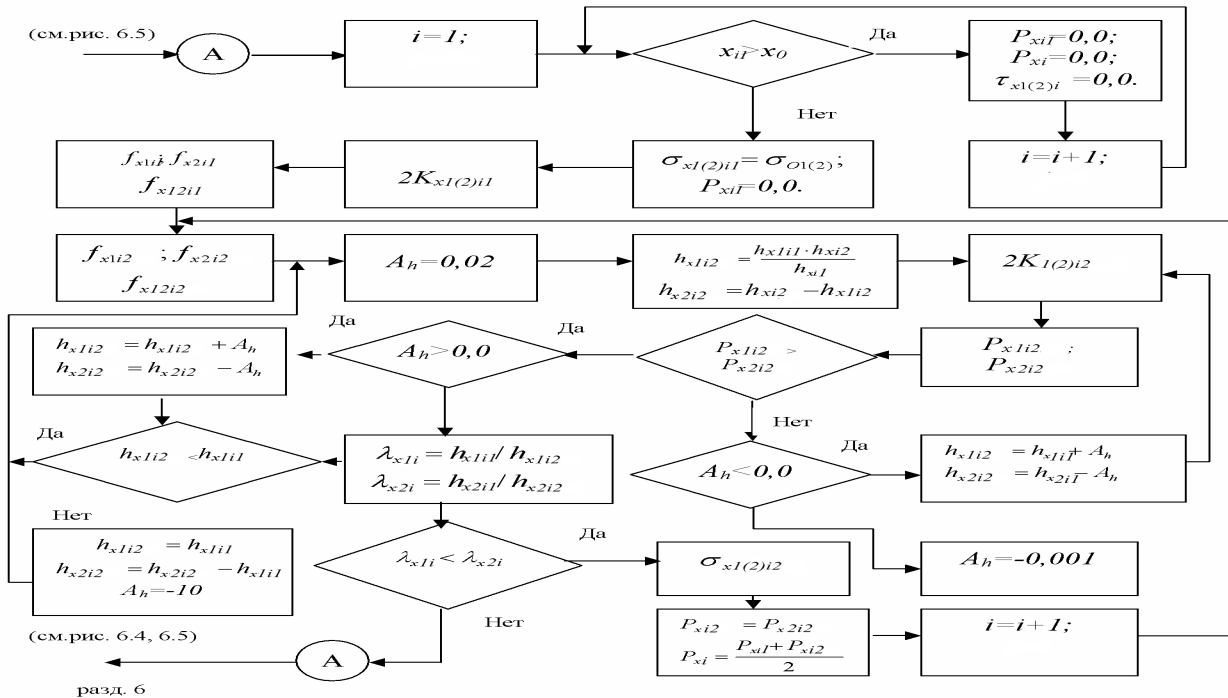
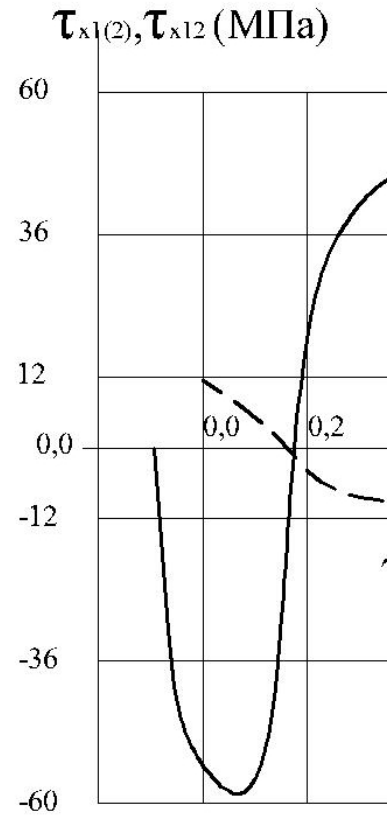
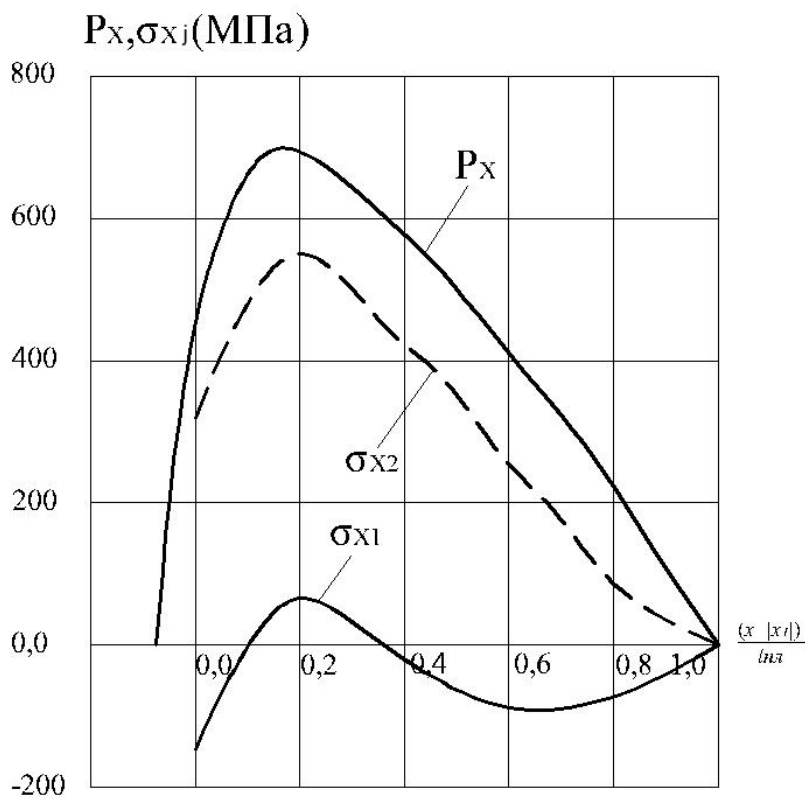


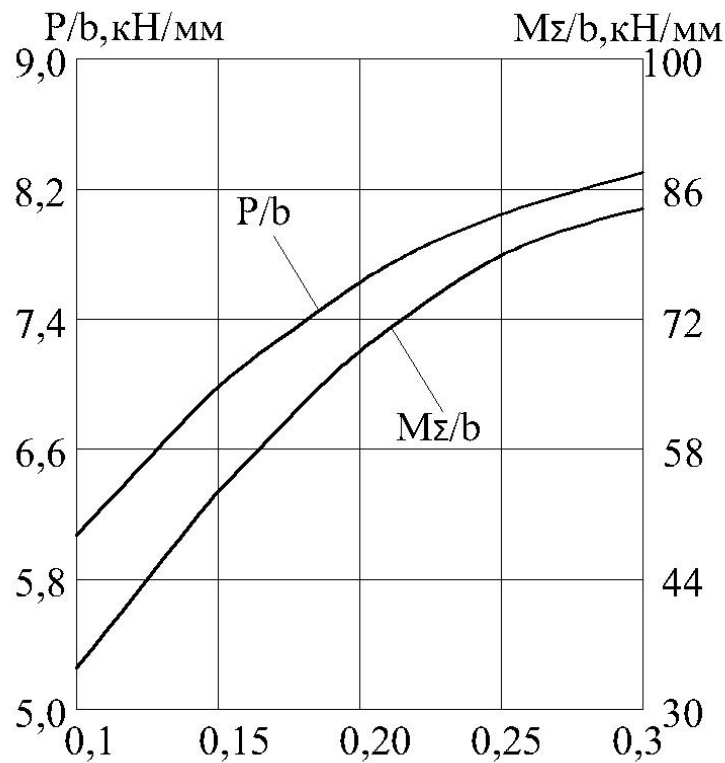
Рисунок 6.2 – Фрагмент укрупненої блок-схеми алгоритму розрахунку напружено-деформованого стану при реалізації процесу плакування відносно тонких листів та

смуг

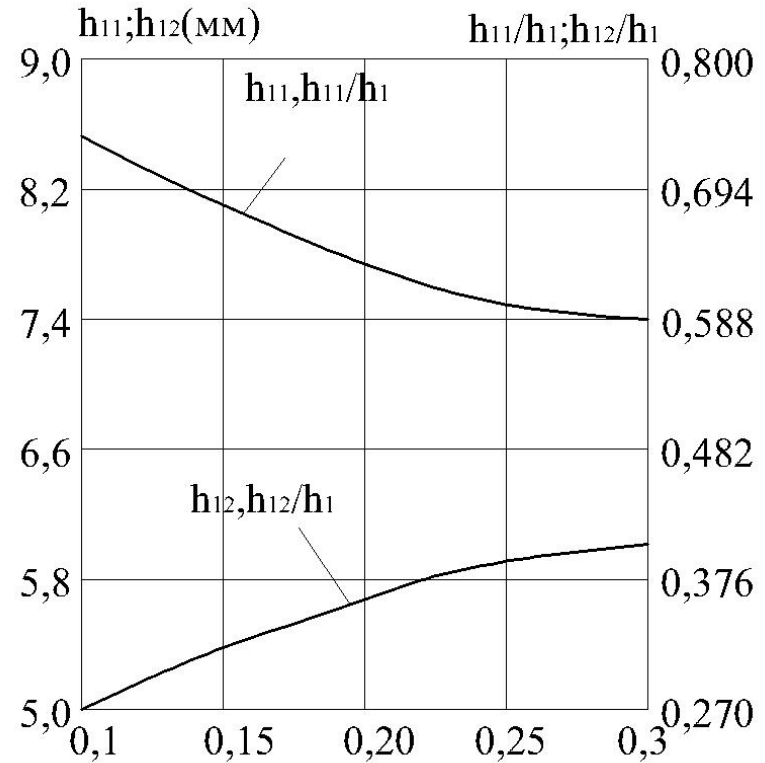


$$h_0=3,0 \text{ мм}, h_{01}=1,5 \text{ мм}, h_{02}=1,5 \text{ мм}, h_1=1,5 \text{ мм}, R_1=R_2=200 \text{ мм}, f_{C1}=f_{C2}=0,09; \\ K_V=1,0$$

Рисунок 6.3 – Розрахункові розподіли основних компонентів напруженого стану, що мають місце при реалізації процесу плакування двошарової біметалічної композиції «сталь 08кп – алюміній АДО»



a



б

$h_0=3,0$ мм, $h_{01}=1,5$ мм, $h_{02}=1,5$ мм, $h_1=1,5$ мм, $R_1=R_2=200$ мм, $f_{c1}=f_{c2}=0,09$; $K_V=1,0$

Рисунок 6.4 – Розрахункові розподіли енергосилових (а) та результуючих геометричних (б) параметрів процесу плакування двошарової біметалічної композиції «сталь 08кп – алюміній АДО» залежно від спірного значення коефіцієнта міжшарового тертя

Як приклад результатів чисельної реалізації отриманої математичної моделі та відповідних їй програмних засобів на малюнку 6.3 представлені розрахункові розподіли локальних, а на малюнку 6.4 – інтегральних та результуючих характеристик процесу плакування двошарової біметалічної композиції «сталь 08кп – алюміній». Дані розрахунки були виконані стосовно спеціалізованого стану 400/1000х400, а аналіз отриманих в цьому випадку результатів свідчить про досить складний характер розподілів основних показників і напруженого, і деформованого станів. Зокрема, при зміні тільки опорного значення коефіцієнта міжшарового тертя та інших рівних умовах інтенсивність зміни сили і моменту прокатки може досягати, відповідно, 25 і 60% (див. рис. 6.4, а). Аналогічний показник для результуючих геометричних характеристик може скласти 25 ... 35% (див. рис. 6.4, б). Все це підтверджує необхідність реалізації максимально коректного підходу під час аналізу розглянутої технологічної схеми процесу плакування прокаткою.

7 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИ ПРОКАТЦІ ПОРОШКОВИХ МАТЕРІАЛІВ

За аналогією з методиками розрахунку процесу прокатки металевих композицій (див. розд. 4...6) в основу аналізованої математичної моделі прокатки порошкових матеріалів, основною відмінністю якого є невиконання закону сталості обсягу [65, 66], було покладено чисельне рекурентне рішення кінцево-різницевої форми умови статичного виділеного елементарного обсягу осередку деформації Використовувані у разі розрахункові схеми інтегрального вогнища деформації і елементарного обсягу представлені, відповідно, малюнками 7.1 і 7.2.

З урахуванням викладеного вище, а також з урахуванням всього комплексу вихідних передумов, що повністю відповідають розглянутим раніше математичним моделям (див. розд. 4...6), умова статичної рівноваги виділеного і елементарного обсягу набуде наступного вигляду (рис. 7.2):

$$\sigma_{xi2}h_{xi2} - \sigma_{xi1}h_{xi1} - 0,5p_{xi1}[f_{x1i1} + f_{x2i1}]\Delta x - 0,5p_{xi2}[f_{x1i2} + f_{x2i2}] \times \Delta x + 0,5[p_{xi1} + p_{xi2}][h_{xi1} - h_{xi2}] = 0, \quad (7.1)$$

де позитивні значення нормальних напружень, як і раніше, відповідають напруженням стиснення, а протиспрямованість дотичних контактних напружень у зонах відставання та зонах випередження (рис. 7.1) врахована знаками при аналітичному описі (5.5) і (5.6) розподілів коефіцієнтів зовнішнього тертя f_{x2} робочих валків.

Крім умови статичної рівноваги (7.1) нормальні та нормальні контактні p_x напруження функціонально пов'язані між собою ще й умовою пластичності, аналітичний опис якого з урахуванням плоскодеформованого стану саме порошкового середовища має наступний вигляд [67]:

$$p_x^2 - 2 \frac{1-2a_x}{1+4a_x} p_x \sigma_x + \sigma_x^2 = \frac{4}{3} \frac{1+a_x}{1+4a_x} \beta_x \sigma_{TTx}^2, \quad (7.2)$$

де a_x, β_x – поточні за довжиною вогнища деформації значення коефіцієнтів, що визначаються згідно з рекомендаціями роботи [67] як

$$a_x = a_0(1-\gamma_x)^m; \quad \beta_x = \gamma_x^{2n},$$

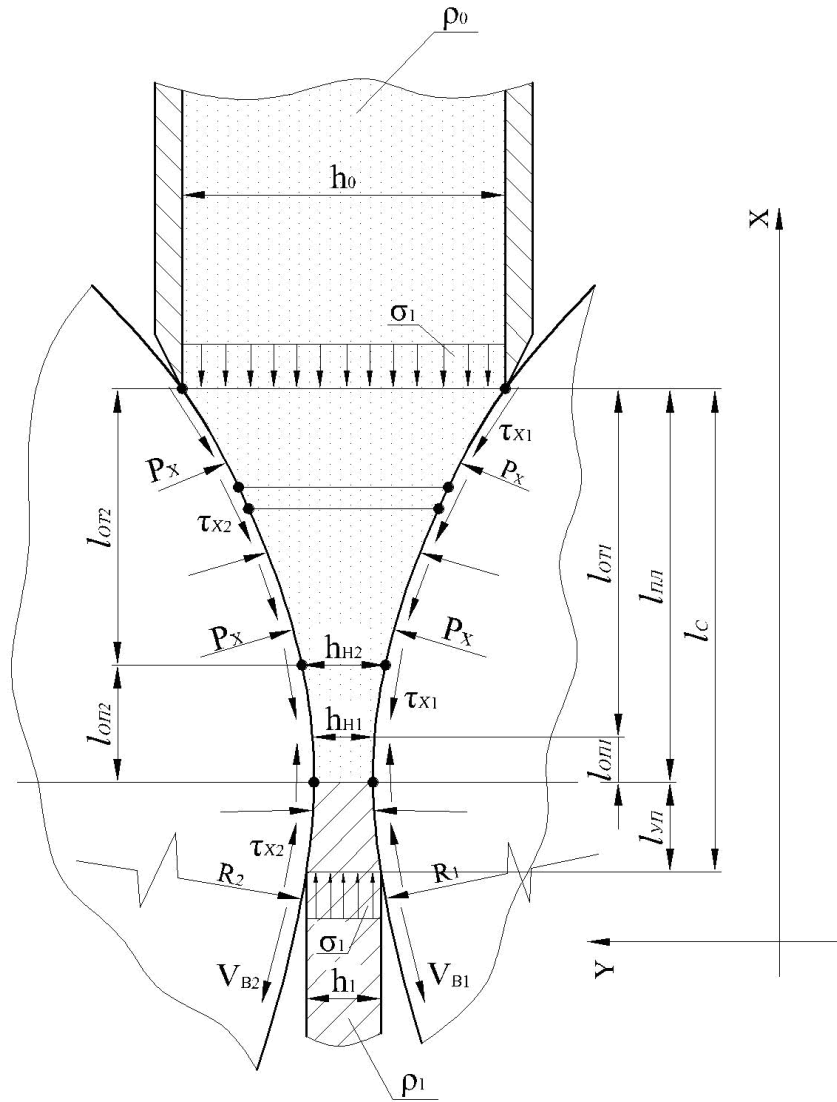


Рисунок 7.1 – Розрахункова схема осередку деформації при прокатуванні порошкових матеріалів

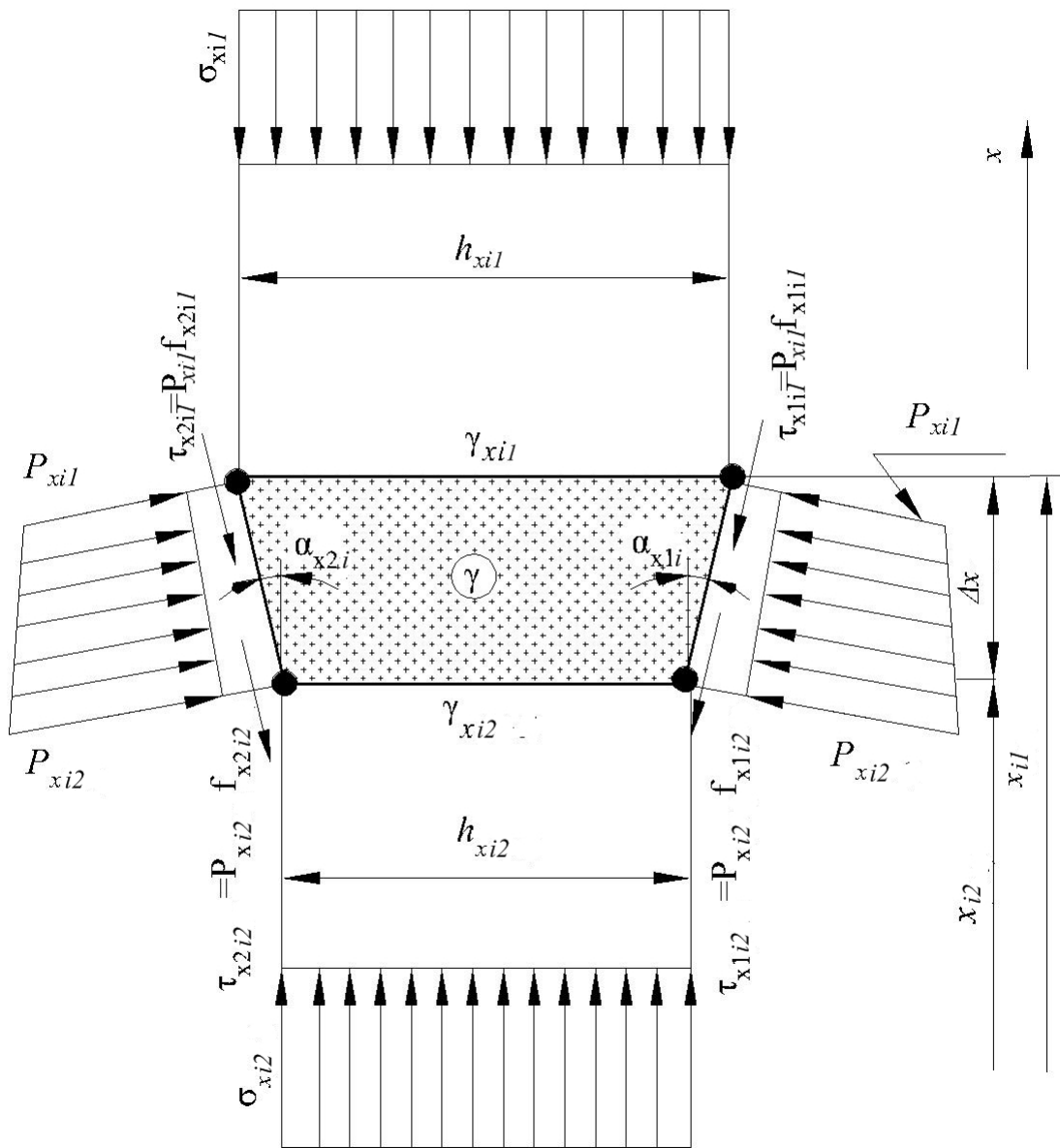


Рисунок 7.2 – Розрахункова схема виділеного елементарного обсягу осередку деформації процесу прокатки порошкових матеріалів

де $\gamma_x = \rho_x / \rho_T$ – поточне по довжині вогнища деформації значення відносної щільності порошкового матеріалу, що прокочується.;

ρ_x , ρ_T – поточне значення щільності та щільність твердої фази порошкової композиції даного складу;

a_0 , m , n – постійні для кожного конкретного порошкового матеріалу значення коефіцієнтів, що характеризують інтенсивність зміни коефіцієнтів α_x і β_x залежно від зміни показника відносної щільності γ_x ;

$\sigma_{ТТХ}$ – поточне значення межі плинності твердої фази даної порошкової композиції.

Виразивши з умови пластичності (7.2) величину нормальних осьових напружень σ_{xi2} :

$$\sigma_{xi2} = \frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} p_{xi2} - \sqrt{p_{xi2}^2 \left[\left(\frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \right)^2 \right] + \frac{4}{3} \frac{1+a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \beta_{xi2} \sigma_{TTxi2}^2} \quad (7.3)$$

і підставивши цей вираз за умови статичної рівноваги (7.1), отримаємо

$$\begin{aligned} & \frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} p_{xi2} h_{xi2} - h_{xi2} \times \\ & \times \sqrt{p_{xi2}^2 \left[\left(\frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \right)^2 - 1 \right] + \frac{4}{3} \frac{1+a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \beta_{xi2} \sigma_{TTxi2}^2} - \\ & - \sigma_{xi1} h_{xi1} + 0,5 p_{xi1} \{ h_{xi1} - h_{xi2} - [f_{x1i1} + f_{x2i1}] \Delta x \} + \\ & + 0,5 p_{xi2} \{ h_{xi1} - h_{xi2} - [f_{x1i2} + f_{x2i2}] \Delta x \} = 0. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Перегрупувавши рівняння (7.4)

$$\begin{aligned} & h_{xi2} \sqrt{p_{xi2}^2 \left[\left(\frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \right)^2 - 1 \right] + \frac{4}{3} \frac{1+a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \beta_{xi2} \sigma_{TTxi2}^2} = \\ & = \frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} p_{xi2} h_{xi2} - \sigma_{xi1} h_{xi1} + \\ & + 0,5 p_{xi1} \{ h_{xi1} - h_{xi2} - [f_{x1i1} + f_{x2i1}] \Delta x \} + \\ & + 0,5 p_{xi2} \{ h_{xi1} - h_{xi2} - [f_{x1i2} + f_{x2i2}] \Delta x \} \end{aligned} \quad (7.5)$$

і звівши в квадрат ліву та праву частину виразу (7.5), отримаємо

$$\begin{aligned} & p_{xi2}^2 \left[\left(\frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \right)^2 - 1 \right] h_{xi2}^2 + \frac{4}{3} \frac{1+a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \beta_{xi2} \sigma_{TTxi2}^2 h_{xi2}^2 = \\ & p_{xi2}^2 \left\{ \frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} h_{xi2} + 0,5 [h_{xi1} - h_{xi2} - (f_{x1i2} + f_{x2i2}) \Delta x] \right\}^2 + \\ & + 2 p_{xi2} \left\{ \frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} h_{xi2} + 0,5 [h_{xi1} - h_{xi2} - (f_{x1i2} + f_{x2i2}) \Delta x] \right\} \times \\ & \times \{ 0,5 p_{xi1} [h_{xi1} - h_{xi2} - (f_{x1i1} + f_{x2i1}) \Delta x] - \sigma_{xi1} h_{xi1} \} + \\ & + \{ 0,5 p_{xi2} [h_{xi1} - h_{xi2} - (f_{x1i2} + f_{x2i2}) \Delta x] - \sigma_{xi1} h_{xi1} \}^2. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Прийнявши для спрощення подальшої форми запису

$$t_1 = \frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} h_{xi2} + 0,5 [h_{xi1} - h_{xi2} - (f_{x1i2} + f_{x2i2}) \Delta x]; \quad (7.7)$$

$$t_2 = 0,5 p_{xi1} [h_{xi1} - h_{xi2} - (f_{x1i1} + f_{x2i1}) \Delta x] - \sigma_{xi1} h_{xi1}; \quad (7.8)$$

$$t_3 = \left[\left(\frac{1-2a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \right)^2 - 1 \right] h_{xi2}^2; \quad (7.9)$$

$$t_4 = \frac{4}{3} \frac{1+a_{xi2}}{1+4a_{xi2}} \beta_{xi2} \sigma_{TTxi2}^2 h_{xi2}^2 \quad (7.10)$$

і вирішивши отримане квадратне рівняння

$$p_{xi2}^2(t_1^2 - t_3) + 2p_{xi2}t_1t_2 + t_2^2 - t_4 = 0, \quad (7.11)$$

шукану величину нормальних контактних напружень $p_{x(i+1)}$ в остаточному вигляді можна визначити як [68, 69]

$$p_{xi2} = \left\{ \sqrt{t_1^2 t_2^2 - (t_1^2 - t_3)(t_2^2 - t_4)} - t_1 t_2 \right\} / (t_1^2 - t_3). \quad (7.12)$$

З урахуванням відомих значень p_{xi2} , виходячи з умови пластичності (7.2), тобто відповідно (7.3) може бути визначена і величина нормальних напружень σ_{xi2} , а разом з цим може бути визначено і поточне значення відносної щільності γ_{xi2} , знання якого необхідне для коректного обліку реального характеру розподілів коефіцієнтів α_x і β_x по довжині осередку деформації. Так, скориставшись залежностями між головними швидкостями пластичної деформації $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ та головними напруженнями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, представленими теорією перебігу пористих матеріалів,

$$\varepsilon_1 = 3\lambda[\sigma_1 - (1 - 2a)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3]; \quad (7.13)$$

$$\varepsilon_{31} = 3\lambda[\sigma_3 - (1 - 2a)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3], \quad (7.14)$$

співвідношення швидкостей $\dot{\varepsilon}_1/\dot{\varepsilon}_3$, а разом із цим і співвідношення показників ступеня деформації $\varepsilon_1/\varepsilon_3$ може бути визначено як

$$\frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\varepsilon}_3} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} = \frac{\sigma_1 - (1 - 2a)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}{\sigma_3 - (1 - 2a)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}, \quad (7.15)$$

де λ – множник Лагранжа [67].

Враховуючи, що стосовно процесу прокатки (див. рис. 7.1) через припущення про двомірний характер пластичної деформації має місце виконання співвідношень $\varepsilon_1 = \varepsilon_h$; $\varepsilon_3 = \varepsilon_l$; $\sigma_1 = p_x$; $\sigma_3 = \sigma_x$, а середнє напруження в цьому випадку повинна відповідати [67]:

$$\sigma_2 = \frac{1 - 2a}{2(1 + a)}(\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{1 - 2a}{2(1 + a)}(p_x + \sigma_x), \quad (7.16)$$

потрібна величина співвідношення деформацій $\varepsilon_h/\varepsilon_l$ може бути визначена як

$$\frac{\varepsilon_{hx}}{\varepsilon_{lx}} = \frac{p_x - (1 - 2a)\{p_x + (1 - 2a)(p_x + \sigma_x)/[2(1 + a)] + \sigma_x\}/3}{\sigma_x - (1 - 2a)\{p_x + (1 - 2a)(p_x + \sigma_x)/[2(1 + a)] + \sigma_x\}/3}, \quad (7.17)$$

звідки у остаточному вигляді

$$\varepsilon_{hx}/\varepsilon_{lx} = [p_x(1 + 4a) - \sigma_x(1 - 2a)]/[\sigma_x(1 + 4a) - p_x(1 - 2a)]. \quad (7.18)$$

Переходячи до показників напружено-деформованого стану виділеного елементарного обсягу вогнища деформації (див. рис. 7.2), запишемо

$$\varepsilon_{lxi} = \frac{h_{xi1} - h_{xi2}}{h_{xi1}} = \frac{\sigma_{xi2}[1 + 4a_{xi2}] - p_{xi2}[1 - 2a_{xi2}]}{p_{xi2}[1 + 4a_{xi2}] - \sigma_{xi2}[1 - 2a_{xi2}]}, \quad (7.19)$$

звідки, виходячи з умови збереження маси результуюче в рамках даного елементарного об'єму значення відносної щільності порошкового матеріалу, що прокатується, може бути визначено як

$$\gamma_{xi2} = \gamma_{xi1} h_{xi1} / [h_{xi2} (1 + \varepsilon_{lxi})]. \quad (7.20)$$

Тут слід зазначити, що з суворої математичної постановці спільне рішення рівнянь (7.2), (7.3), (7.12), (7.19) і (7.20) є дуже громіздким. Тому в рамках даної математичної моделі, що передбачає чисельну рекурентну схему рішення, при розрахунку коефіцієнтів a_{xi2} і β_{xi2} використовували значення відносної щільності, що відповідає початковому перерізу кожного окремого виділеного елементарного об'єму, тобто

$$a_{xi2} = a_0 (1 - \gamma_{xi1})^m; \beta_{xi2} = \gamma_{xi1}^{2n}. \quad (7.21)$$

За аналогією з (7.20) і (7.21), тобто в залежності від поточних показників ступеня деформації ε_{hx} і ε_{lx} та поточного показника відносної щільності γ_x , може бути визначено і поточне значення межі плинності твердої фази $\sigma_{ТТХ}$, облік деформаційного зміни якого є необхідним під час аналізу процесу вторинної прокатки, т. е. під час аналізу процесу прокатки вже спечених матеріалів [67]. Безпосередньо як аналітичний опис функціонального зв'язку межі плинності $\sigma_{ТТХ}$ та показника еквівалентної деформації ε_{ex} у цьому випадку може бути використана або статична [67] $\sigma_{ТТХ} = a_0 (\varepsilon_{\text{ex}} + a_1)^{a_2}$, або, за аналогією з металевими середовищами [11, 12], поліноміальна залежність виду $\sigma_{ТТХ} = a_0 + a_1 \varepsilon_{\text{ex}} + a_2 \varepsilon_{\text{ex}}^2 + a_3 \varepsilon_{\text{ex}}^3$.

Власне ж поточне значення показника еквівалентної деформації ε_{ex} для n-го елементарного обсягу може бути визначено на основі залежностей роботи [67] шляхом чисельного інтегрування відповідних прирощень $\Delta \varepsilon_{\text{ex}i}$ у всіх попередніх ($i=1 \dots n$) виділених елементарних обсягах:

$$\varepsilon_{\text{ex}i} = \sum_{i=1}^n \Delta \varepsilon_{\text{ex}i} = \sum_{i=1}^n \frac{\sqrt{\beta_{xi2}}}{\gamma_{xi2}} \frac{2}{9} [(\varepsilon_{hxi} - \varepsilon_{lxi})^2 + \varepsilon_{hxi}^2 + \varepsilon_{lxi}^2]. \quad (7.22)$$

Продовжуючи аналіз напружено-деформованого стану порошкових матеріалів при реалізації процесу прокатки, необхідно відзначити, що розглянута схема рішення (7.1) ... (7.12) є коректною тільки при виконанні умови $p_{xi2} < \sigma_{ТТХ} \sqrt{\beta_{xi2} [1 + 4a_{xi2}] / a_{xi2}} / 3$, що з математичної точки зору відповідає позитивному значенню підкорених виразів рівнянь (7.3) ... (7.5). З точки зору фізики процесу, що ілюструється аналітичним описом (7.19), невиконання зазначеної вище умови відповідає рівності нулю деформаційного показника ε_{lxj} , виходячи з чого напруження p_{xi2} і σ_{xi2} можуть бути визначені за аналогією з процесом ущільнення в закритій матриці [67, 68]:

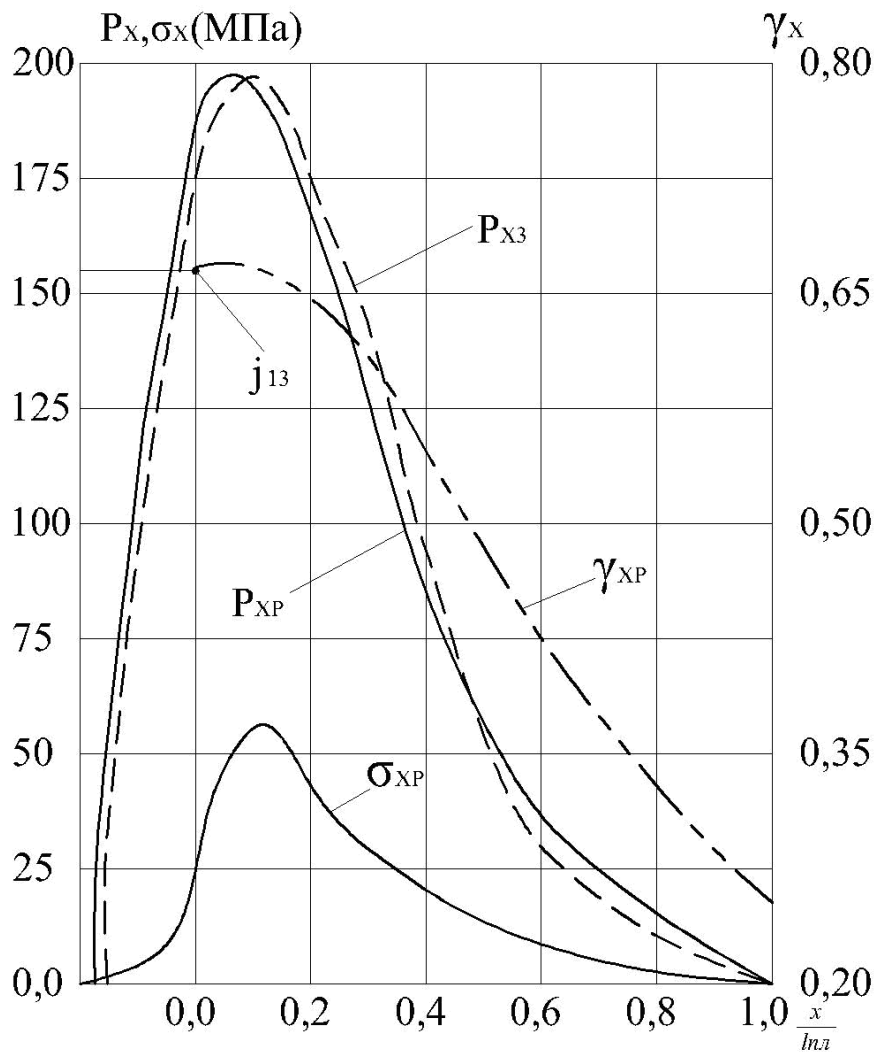
$$\begin{aligned} p_{xi2} &= \sigma_{ТТХ} \sqrt{\beta_{xi2} [1 + 4a_{xi2}] / a_{xi2}} / 3; \\ \sigma_{xi2} &= [1 - 2a_{xi2}] p_{xi2} / [1 + 4a_{xi2}], \end{aligned} \quad (7.23)$$

а з умови статичної рівноваги (7.3) визначенню вже підлягає величина дотичних контактних напружень

$$\begin{aligned} \tau_{x1i2} + \tau_{x2i2} = \{2[\sigma_{xi2}h_{xi2} - \sigma_{xi1}h_{xi1}] - (\tau_{x1i1} + \tau_{x2i1})\Delta x + \\ + [p_{xi1} + p_{xi2}][h_{xi1} - h_{xi2}]\}/\Delta x. \end{aligned} \quad (7.24)$$

В цілому представлені залежності у поєднанні з геометричним рішенням вогнища деформації (див. рис. 7.1), чисельним інтегруванням, розрахунком зони пружного відновлення, а також у поєднанні з організацією ітераційних процедур відносно визначення відносних протяжностей зон випередження та обліку пружного сплющування робочих валків, повністю відповідних математичним моделям процесу прокатки суцільних металевих середовищ (див. розд. 4 ... 6), склали цілісний алгоритм автоматизованого розрахунку напружено-деформованого стану, що має місце при реалізації процесу прокатки монокомпозиційних порошкових матеріалів (рис. 7.3). Достатній ступінь достовірності представленого алгоритму підтверджено зіставленням розрахункових та експериментальних [65, 66] розподілів нормальних контактних напружень, що ілюструються малюнку 7.4. Ці ж залежності, будучи доповненими за аналогією з процесом плакування (див. розд. 6) ітераційною процедурою забезпечення умови статичної рівноваги при проектуванні всіх сил на вісь Y (див. рис. 6.2), тобто $p_{x1i2}h_{x1i2} = p_{x2i2}h_{x2i2}$, можуть бути використані також і у разі автоматизованого розрахунку процесу прокатки двошарових та симетричних за геометрією тришарових бікомпозиційних порошкових матеріалів.

У поєднанні з аналогічними залежностями з розрахунку напружено-деформованого стану суцільних металевих середовищ (див. розд. 5) та організацією двомірної умови статичної рівноваги, отримані в рамках даного розділу аналітичні описи можуть бути використані і при математичному моделюванні процесу первинної або процесу вторинної прокатки порошкових матеріалів на металевій підкладці [69].



$h_0=3,11$ мм, $h_1=1,09$ мм, $R_1=R_2=100$ мм, $\alpha=0,32$, $m=0,35$, $n=3,09$, $\alpha_0=595,5$ Н/мм, $\rho_0=2,0$ г/см³, $\rho_T=7,8$ г/см³, $f_{оп1(2)}=0,25$; $f_{оп1(2)}=0,22$; $\alpha_{fl(2)}=0,3$; $\sigma_1=0,0$ Н/мм²; $K_V=1,0$

Рисунок 7.4 – Розподіл розрахункових ρ_{xp} , σ_{xp} , γ_{xp} та експериментальних ρ_{x3} , γ_{x3} значень основних компонент напружено-деформованого стану при прокатуванні залізного порошку

8 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ ПО АВТОМАТИЗОВАНОМУ РОЗРАХУНКУ ЕНЕРГОСИЛОВИХ ПАРАМЕТРІВ ПРИ СИМЕТРИЧНОМУ ТА АСИМЕТРИЧНОМУ ДРЕСИРУВАННІ ВІДНОСНО ТОНКИХ СТРИЧОК, ЛИСТІВ ТА СМУГ

У загальному випадку для умов реалізації процесу дресування характерними є наявність малих кутів захоплення і невелика величина відносного обтиснення ($\varepsilon \leq 0,05$). За таких умов великий вплив на довжину

зони контакту та характер зміни контактної напруженості надають пружні деформації робочих валків та смуги. [7, 8, 70].

З урахуванням викладеного вище для розробки методики розрахунку енергосилових параметрів процесу симетричного дресування можуть бути використані результати вирішення двовимірної задачі про стиснення тонкої пружно-пластичної смуги між паралельними плитами при дотичних контактних напруженнях, пропорційних середньоінтегральному значенню опору чистому зсуву [11, 70]:

$$\tau = 2K_c \mu = m K_c, \quad (8.1)$$

де $m = 2\mu$ – допоміжний параметр, який використовується при подальших розрахунках;

μ – коефіцієнт пластичного тертя.

Згідно з методикою, викладеною в роботах [7, 70], довжина зони контакту при дресуванні, що враховує пружну деформацію валків та смуги, може бути визначена як

$$L_c = \sqrt{R[\delta + P/(bQ_v)]}, \quad (8.2)$$

де R – радіус робочих валків;

P – величина сили процесу дресування;

b – ширина оброблюваної смуги.

Пружну постійну матеріалу робочих валків Q_v та наведену величину обтиснення δ , є складовими частинами рівняння (8.2), обчислюють за формулами

$$Q_v = \pi / E_v [16(1 - \nu_v^2)]; \quad (8.3)$$

$$\delta = \Delta h + 2\Delta^* + 2 \sqrt{(\Delta h + \Delta^*)\Delta^*}, \quad (8.4)$$

де E_v , ν_v – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона матеріалу робочих валків;

$\Delta h = h_0 - h_1$ – величина абсолютного обтиснення смуги;

Зміна товщини смуги внаслідок розвантаження Δ^* за наявності пластичної деформації по всьому поперечному перерізі смуги визначають виходячи з рівняння

$$\Delta^* = A^* h_1 (0,75 K_c / E_n), \quad (8.5)$$

де E_n – модуль пружності матеріалу смуги;

$$A^* = \sqrt{1 - m^2} + (\arcsin m) / m.$$

При розрахунку процесу дресування припускають, що смуга деформується пластично, коли по довжині зони деформації є ділянка, в якій пластична деформація проникає через всю товщину оброблюваної смуги. Зазначене, своєю чергою, спостерігається під час виконання умови [70]:

$$\frac{\Delta h}{h} \geq \frac{0,75 K_c}{E_n} (2 - A^*). \quad (8.6)$$

Безпосередньо протяжність ділянки навантаження L_1 та розвантаження L_2 , а також протяжність ділянки пружної та пружно-пластичної деформації L_n у зоні навантаження можуть бути визначені таким чином:

$$L_1 = \sqrt{(\Delta h + \Delta^*)L_c/\delta}; \quad (8.7)$$

$$L_2 = \sqrt{\Delta^*L_c/\delta}; \quad (8.8)$$

$$L_n = 1,5K_c h_0 L_1 / [E_n (\Delta h + \Delta^*)]. \quad (8.9)$$

Крім того, для розрахунку енергосилових параметрів процесу дресирування необхідним є визначення протяжності ще двох ділянок [70]:

$$x_a = \frac{\sigma_0}{2K_c(\frac{\bar{m}}{h_0} + \frac{1}{L_n})}; \quad (8.10)$$

$$x_b = \frac{\sigma_1}{2K_c(\frac{\bar{m}}{h_1} + \frac{1}{L_2})}; \quad (8.11)$$

а також розрахунок протяжностей ділянок а і в, що визначають положення точок, в яких нормальне контактне напруження досягає свого максимального значення:

$$a = \frac{h_0}{h_0+h_1} l_c + \frac{(\sigma_0-\sigma_1)h_0h_1}{2K_c\bar{m}(h_0+h_1)}; \quad (8.12)$$

$$b = \frac{h_1}{h_0+h_1} l_c + \frac{(\sigma_0-\sigma_1)h_0h_1}{2K_c\bar{m}(h_0+h_1)}; \quad (8.13)$$

де σ_1, σ_0 – напруження переднього та заднього натягувань смуги, відповідно.

З урахуванням кількісних оцінок основних і допоміжних параметрів, що входять в залежності (8.1) ... (8.3), безпосередньо величина сили, що має місце при дресируванні тонких листів і смуг, може бути визначена як

$$P = \frac{b}{2} [(2a - L_n)(2K_c - \sigma_0) + (2b - L_2)(2K_c - \sigma_1) + 2K_c\bar{m}(\frac{a^2}{h_0} + \frac{b^2}{h_0}) - x_a(\frac{2K_c\bar{m}}{h_0}L_n + 2K_c - \sigma_0) - x_b(\frac{2K_c\bar{m}}{h_1}L_2 + 2K_c - \sigma_1)]. \quad (8.14)$$

Переходячи до визначення моменту при реалізації процесу дресирування, необхідно зазначити, що, згідно з рекомендаціями роботи [70], найбільш точною в цьому випадку є методика, яка передбачає визначення питомої енергоємності процесу

$$A_{y\delta} = \frac{P L_n (h_0/h_1)}{\rho} = \frac{P L_n (h_0/h_1)}{\epsilon L_c \rho} \quad (8.15)$$

і наступне визначення власне величини сумарного моменту процесу дресирування, тобто моменту на обох робочих валках безпосередньо в осередку деформації, виходячи з умови балансу енергетичних витрат:

$$M_{\text{др}} = Rb[p_c h_1 l_n (h_0 - h_1) - \sigma_1 h_1 + \sigma_0 h_0], \quad (8.16)$$

де $p_c = P / (vL_c)$ – середньоінтегральне значення нормальних контактних напружень в осередку деформації;

ρ – показник щільності матеріалу смуги.

Наступним питанням відносно аналізу умов реалізації процесу дресування є коректне визначення коефіцієнта пластичного тертя μ . Відносно дресування смуг зі сталі 08 кп і алюмінію значення даного коефіцієнта в діапазоні $h_0 = 0,7 \dots 1,0$ можуть бути визначені, виходячи з результатів роботи [70]:

$$\mu \Big|_{\text{сталь 08кп}} = \frac{55,5(\Delta h/h_0) + 0,735}{100(\Delta h/h_0) + 3,238}; \quad (8.17)$$

$$\mu \Big|_{\text{Al}} = \frac{48(\Delta h/h_0) + 2,95}{100(\Delta h/h_0) + 9,77}. \quad (8.18)$$

Відносно дресування смуг з інших матеріалів відповідно до рекомендацій роботи [70] може бути запропонована регресійна залежність

$$\mu = C_1 + C_2 P_c / 2K_c, \quad (8.19)$$

де кількісні значення коефіцієнтів регресії C_1 і C_2 для різних умов реалізації можуть бути отримані на основі напівемпіричних даних, зведених у таблиці 8.1.

Загалом залежності (8.1) ... (8.19) склали повний алгоритм розрахунку енергосилових параметрів процесу симетричного дресування, укрупнена блок-схема якого, що передбачає за аналогією з холодною прокаткою наявність додаткової ітераційної процедури при вирішенні функціональних взаємозв'язків $P(l_c)$ і $l_c(P)$, представлена на рис. 8.1.

Слід зазначити, що однією з відмінних рис процесу дресування є наявність відносно малих значень крутних моментів на робочих валках [70]. Зазначене, у свою чергу, робить *Таблиця 8.1 – Значення коефіцієнтів регресії аналітичного опису (5.19), необхідного для визначення коефіцієнта пластичного тертя при реалізації процесу дресування [70]*

Матеріал смуги	$h_0 = 0,1 \dots 0,7$ мм		$h_0 = 0,8 \dots 2,5$ мм	
	C_1	C_2	C_1	C_2
Сталь 08кп	0,550	0,075	0,360	0,040
Сталі 10сп-20кп	0,405	0,059	0,240	0,060
Сталі 20сп-40	0,259	0,036	0,193	0,067
Сталь 50	0,220	0,030	0,130	0,070
Сталі типу ХН78Т, ХН75МБТЮ	0,18	0,028	0,080	0,010

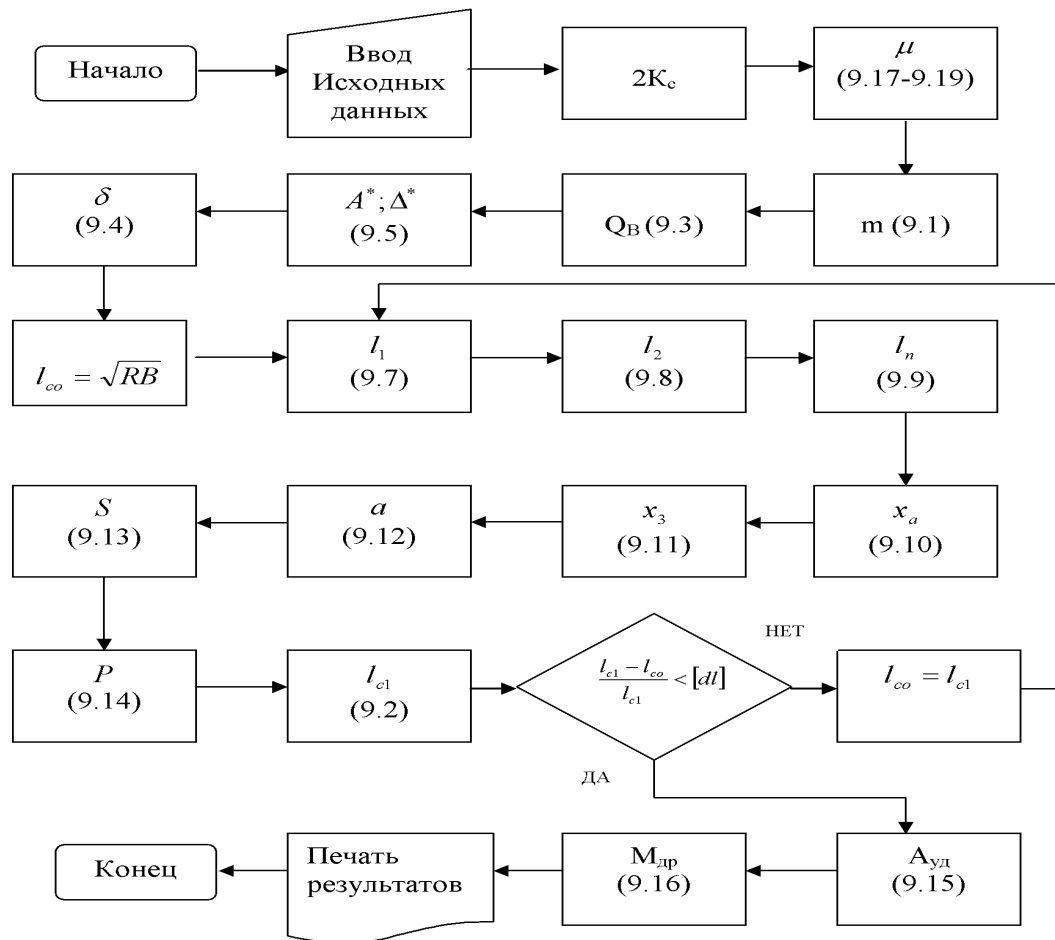


Рисунок 8.1 – Укрупнена блок-схема алгоритму математичного моделювання енергосилових параметрів процесу симетричного дресування

доцільним використання у ряді випадків асиметричних за кінематикою умов реалізації даного процесу, що дозволяють знизити величину сили та спростити конструкцію механічного обладнання.

Використовуючи принцип суперпозиційного підходу, величину сили процесу асиметричного дресування можна визначити як

$$P = P^* n_a \quad (8.20)$$

де P^* – величина сили за симетричних умов реалізації, що враховує особливості саме процесу дресування та визначення на основі відомих і досить широко апробованих методів розрахунку [21, 29];

n_a – умовний коефіцієнт, що враховує зміну величини сили внаслідок наявності кінематичної асиметрії процесу.

Кількісна оцінка n_a , у свою чергу, може бути отримана на основі безітераційного рішення, що впливає з відомої залежності відносно розрахунку процесу опаді відносно тонкої смуги.

Стосовно симетричної прокатки або дресирування такої, тобто безітераційної, алгоритм був отриманий в роботі [39] на основі рішення системи з двох наступних рівнянь:

$$\frac{P_c^*}{2K_c} = \frac{\exp(\eta L_c) - L}{\eta L_c}; \quad (8.21)$$

$$P_c^* = \frac{\pi E_s}{16(1-\nu_s^2)R} \left[\frac{L_c^2 - L_0^2}{L_c} \right], \quad (8.22)$$

де P_c^* – середньоінтегральне за довжиною вогнища деформації значення нормальних контактних напружень за симетричних умов реалізації;

L_c, L_0 – довжини дуг контакту відповідно з урахуванням та без урахування пружного сплющування робочих валків;

$\eta = (\mu_1 + \mu_2)/(h_0 - h_1)$ – параметр, що характеризує граничні умови в осередку деформації;

μ_1, μ_2 – коефіцієнти пластичного тертя на контактних поверхнях відповідних робочих валків;

Аналогічний алгоритм може бути отриманий і стосовно асиметричної дресирування відносно тонких листів і смуг. Однак залежність (8.23) у цьому випадку треба дещо видозмінити, використовуючи, наприклад, усічення епюри нормальних контактних напружень по довжині так званої змішаної зони, в якій дотичні контактні напруження на протилежних контактних поверхнях спрямовані в різні боки [71, 72]:

$$\frac{P_c}{2K_c} = \frac{(1-\xi)(\exp x L_c - 1)}{z L_c} + \xi \exp z L_c, \quad (8.23)$$

де $\xi = (h_0 + h_1)(K_v - 1)/(h_0 - h_1)(K_v + 1)$ – коефіцієнт, що характеризує відносну протяжність змішаної зони;

$K_v = V_{B1}/V_{B2}$ – показник кінематичної асиметрії процесу дресирування, що визначається як співвідношення окружних швидкостей робочих валків;

$Z = (\mu_1 + \mu_2)(1 - \xi)/(h_0 - h_1) = \eta(1 - \xi)$ – параметр, що характеризує граничні умови в осередку деформації.

Тут слід зазначити, що, крім загального обліку впливу ступеня асиметрії, залежність (8.23) добре відбиває і граничні випадки умов реалізації процесу асиметричної дресирування. Так, наприклад, при $K_v = 1,0$ і з урахуванням $\xi = 0$ зазначена залежність повністю відповідає виразу (8.21), отриманому, потім уже було зазначено вище, стосовно симетричним умовам реалізації. У разі ж K_v , що прагне до величини витяжки за прохід $\lambda = h_0/h_1$, параметр прагне одиниці, а величина відносини $\rho/2K_c$ – до значення, що дорівнює одиниці. Зазначене, зокрема, відповідає результатам теоретичного та експериментального дослідження процесу прокатки-волочіння, що характеризується саме даним ступенем асиметрії [17, 33, 34].

Використовуючи таким чином залежності (8.22) та (8.23), а також враховуючи при цьому розкладання експоненційної складової в ряд Тейлора

$\exp zL_c = 1 + zL_c + 0,5z^2L_c^2$, отримаємо вираз для безітераційного визначення довжини дуги контакту при асиметричному дресуванні тонких листів та смуг

$$L_c = \frac{Q_c + \sqrt{Q_c^2 + 4l_0^2[1 - 0,5Q_c z(1 + \xi)]}}{2[1 - 0,5Q_c z(1 + \xi)]}, \quad (8.24)$$

де $Q_c = [16(1 - \nu_B^2)2K_c R] / (\pi E_B)$ – узагальнений показник, який використовується для спрощення форми запису.

Похибка, що вноситься в даному випадку обмеженням кількості членів ряду, як показали кількісно розрахунки, не перевищує 8% і може бути знижена шляхом додаткового множення отриманого значення L_c на 1,04.

З урахуванням відомих кількісних оцінок P_c і L_c , визначених на основі (8.23) та (8.24) за асиметричних умов реалізації, а також з урахуванням аналогічних значень P_c^* і L_c^* , обумовлених з урахуванням тих самих залежностей (8.23) і (8.24), але за симетричних умовах, т. е. при $K_v = 1$, може бути отриманий і аналітичний вираз для визначення шуканого коефіцієнта:

$$n_a = \frac{P}{P^*} = \frac{P_c L_c}{P_c^* L_c^*} = \frac{\exp[(1 - \xi)\eta L_c] - 1 + \eta L_c \xi \exp[(1 - \xi)\eta L_c]}{\exp(\eta L_c^*) - 1}, \quad (8.25)$$

де L_c і L_c^* – довжини дуг контакту, що визначаються на основі розглянутої раніше залежності (8.24) при асиметричних та симетричних ($K_v = 1$; $\xi = 0$) умовах реалізації.

Загалом залежності (8.20)-(8.25) поряд з методикою з розрахунку енергосилових параметрів процесу симетричного дресування [7, 8, 70] склали повний алгоритм розрахунку енергосилових параметрів процесу дресування за несиметричних умов реалізації.

Аналіз отриманих у цьому випадку результатів чисельної реалізації показав, що створення кінематичної асиметрії вогнища деформації призводить до зниження величини сили процесу дресування, причому в міру збільшення показника ступеня асиметрії K_v інтенсивність зазначеного зниження зростає та може досягати 20...30%. Збільшення інтенсивності відносного зниження величини сили P^* при асиметричних умовах реалізації має місце також у разі збільшення радіусу робочих валків, а також у разі деформації більш тонких смуг з великими значеннями коефіцієнтів контактної тертя. Все це ще раз підтверджує доцільність використання кінематичної асиметрії процесу дресування як з погляду зниження рівня енергосилових параметрів, так і з точки зору забезпечення отримання більш тонких смуг з високоміцних матеріалів.

9 РОЗРАХУНОК ТОЧНОСТІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ, СТУПЕНЮ СТАБІЛЬНОСТІ МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЛИСТОВОГО МЕТАЛОПРОКАТУ І СТУПЕНЯ СТАБІЛЬНОСТІ ЕНЕРГОСИЛОВИХ ПАРАМЕТРІВ

При вирішенні задачі визначення кінцевої товщини h_1 листового металопрокату вираз, отриманий на основі спільного рішення залежності Головіна-Сімса [7]

$$dh_1 = dS_0 + \frac{dP}{G_{кл}} \quad (9.1)$$

та формули, що описує зміну сили прокатки залежно від впливу різних технологічних факторів [72]

$$dP = \frac{\partial P}{\partial h_0} dh_0 + \frac{\partial P}{\partial h_1} dh_1 + \frac{\partial P}{\partial R} dR + \frac{\partial P}{\partial b} db + \frac{\partial P}{\partial \sigma_{t0}} d\sigma_{t0} + \\ + \frac{\partial P}{\partial t} dt + \frac{\partial P}{\partial V_1} dV_1 + \frac{\partial P}{\partial f} df + \frac{\partial P}{\partial T_0} dT_0 + \frac{\partial P}{\partial T_1} dT_1 \quad (9.2)$$

з урахуванням кінцево-різницевого подання їх складових ($\partial X \approx \delta X$; $dx \approx \Delta x$; $dh_1 \approx \Delta h_1$), може бути виражено аналітичною залежністю наступного виду:

$$\Delta h_1 = \frac{1}{G_{кл} - \delta P / \delta h_1} \left\{ G_{кл} \delta S_0 + \frac{\delta P}{\delta h_0} \Delta h_0 + \frac{\delta P}{\delta R} \Delta R + \frac{\delta P}{\delta b} \Delta b + \right. \\ \left. + \frac{\delta P}{\delta \sigma_{T0}} \Delta \sigma_{T0} + \frac{\delta P}{\delta t} \Delta t + \frac{\delta P}{\delta V_1} \Delta V_1 + \frac{\delta P}{\delta f} \Delta f + \frac{\delta P}{\delta T_0} \Delta T_0 + \frac{\delta P}{\delta T_1} \Delta T_1 \right\}, \quad (9.3)$$

де $G_{кл}$ – модуль жорсткості робочої кліти прокатного стану [74];

S_0 – величина попереднього міжвалкового зазору;

h_0, b – вихідна товщина і ширина смуги, що прокочується;

R – радіус робочих валків;

σ_{T0} – напруження плинності матеріалу прокатується смуги в її вихідному, тобто відпаленому стані;

t, V_1 – температура та швидкість прокатки;

f – коефіцієнт зовнішнього контактного тертя;

T_0, T_1 – інтегральні значення заднього та переднього натягу.

На основі методики передавальних коефіцієнтів [72–75], що передбачають заміну $\delta P / \delta x = a_x$, отримаємо формулу

$$\Delta h_1 = \frac{1}{G_{кл} - a_{Ph_1}} \left[G_{кл} \delta S_0 + a_{Ph_0} \Delta h_0 + a_{PR} \Delta R + a_{Pb} \Delta b + \right.$$

$$a_{p\sigma_{T_0}} \Delta\sigma_{T_0} + a_{pt} \Delta t + a_{pv_1} \Delta v_1 + a_{pf} \Delta f + a_{pT_0} \Delta T_0 + a_{pT_1} \Delta T_1]. \quad (9.4)$$

Безпосереднє визначення передавальних коефіцієнтів рівняння (9.4) може бути здійснено шляхом подвійного перерахунку сили прокатки при номінальному значенні та при відповідних приростах відповідного параметра.

З урахуванням відповідних передавальних коефіцієнтів при відомому, згідно з формулою (9.4), значенні збільшення кінцевої товщини Δh_1 можуть бути визначені і збільшення сили ΔP , а також моменту ΔM прокатки:

$$\Delta P = a_{Ph_0} \Delta h_0 + a_{Ph_1} \Delta h_1 + a_{PR} \Delta R + a_{Pb} \Delta b + a_{P\sigma_{T_0}} \Delta\sigma_{T_0} + a_{Pt} \Delta t + a_{pv_1} \Delta v_1 + a_{pf} \Delta f + a_{pT_0} \Delta T_0 + a_{pT_1} \Delta T_1]; \quad (9.6)$$

$$\Delta M = a_{Mh_0} \Delta h_0 + a_{Mh_1} \Delta h_1 + a_{MR} \Delta R + a_{Mb} \Delta b + a_{M\sigma_{T_0}} \Delta\sigma_{T_0} + a_{Mt} \Delta t + a_{Mv_1} \Delta v_1 + a_{Mf} \Delta f + a_{MT_0} \Delta T_0 + a_{MT_1} \Delta T_1], \quad (9.7)$$

де передавальні коефіцієнти по відношенню до моменту прокатки a_{Mx} визначається за аналогією з (9.5) як

$$a_{Mx} = [M(x + \delta x) - M(x)] / \delta x. \quad (9.8)$$

Необхідно зазначити, що використання залежностей (9.1)–(9.8) є коректним лише при фіксуванні значення модуля жорсткості робочої кліті прокатного стану $G_{кл}$.

Говорячи про методи розрахунку передавальних коефіцієнтів процесів прокатки та дресування в робочих клітях з нульовим значенням модуля жорсткості, тобто в робочих клітях, оснащених гідравлічними натискними механізмами, що працюють за заданою величиною розвивається, слід зазначити, що структура рівнянь, що визначають поздовжню різнотовщинність Δh_1 та збільшення результуючих напружень плинності σ_{T1} дещо змінюється порівняно з подібними рішеннями для звичайної прокатки [73, 74] і мають такий вигляд [75]:

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= \frac{\partial h_1}{\partial h_0} \Delta h_0 + \frac{\partial h_1}{\partial T_0} \Delta T_0 + \frac{\partial h_1}{\partial T_1} \Delta T_1 + \frac{\partial h_1}{\partial P_0} \Delta P_0 + \frac{\partial h_1}{\partial \sigma_{T_0}} \Delta \sigma_{T_0} + \frac{\partial h_1}{\partial f} \Delta f = \\ &= a_{h_1 h_0} \Delta h_0 + a_{h_1 T_0} \Delta T_0 + a_{h_1 T_1} \Delta T_1 + a_{h_1 P_0} \Delta P_0 + a_{h_1 \sigma_{T_0}} \Delta \sigma_{T_0} + a_{h_1 f} \Delta f; \quad (9.9) \\ \Delta \sigma_{T_1} &= \frac{\partial \sigma_{T_1}}{\partial h_0} \Delta h_0 + \frac{\partial \sigma_{T_1}}{\partial T_0} \Delta T_0 + \frac{\partial \sigma_{T_1}}{\partial T_1} \Delta T_1 + \frac{\partial \sigma_{T_1}}{\partial P_0} \Delta P_0 + \frac{\partial \sigma_{T_1}}{\partial \sigma_{T_0}} \Delta \sigma_{T_0} + \frac{\partial \sigma_{T_1}}{\partial f} \Delta f \\ &= \\ &= a_{\sigma_{T_1} h_0} \Delta h_0 + a_{\sigma_{T_1} T_0} \Delta T_0 + a_{\sigma_{T_1} T_1} \Delta T_1 + a_{\sigma_{T_1} P_0} \Delta P_0 + a_{\sigma_{T_1} \sigma_{T_0}} \Delta \sigma_{T_0} + a_{\sigma_{T_1} f} \Delta f, \quad (9.10) \end{aligned}$$

де ΔP_0 – абсолютне значення збільшення сили, що розвивається гідравлічним натискним механізмом робочої кліті, відповідне збільшення сили процесу прокатки або дресування;

$\Delta h_0, \Delta T_0, \Delta T_1, \Delta \sigma_{T0}, \Delta f$ – абсолютні значення прирощень вихідної товщини, заднього та переднього натягу, вихідної межі плинності та коефіцієнта зовнішнього контактного тертя.

Значення передавальних коефіцієнтів рівнянь (9.9) і (9.10) для типу робочих клітей, що розглядається, можуть бути визначені на основі початкового аналітичного опису залежності сили від кінцевої товщини смуги у вигляді полінома третього ступеня

$$P_i = a_{p1}(h_0 - h_{1i}) + a_{p2}(h_0 - h_{2i})^2 + a_{p3}(h_0 - h_{3i})^3, \quad (9.11)$$

з наступним зворотним рішенням рівняння (9.11) відносно значення кінцевої товщини, що шукається h_1^* , відповідної заданому, тобто відомому значенню сили P_0 . У цьому випадку доцільність використання аналітичного опису у вигляді полінома третього ступеня підтверджується результатами кількісного та якісного порівняння з розрахунковими розподілами $P(h_1)$, які були отримані раніше на основі результатів чисельної реалізації математичних моделей різних технологічних процесів (див. розд. 1–8).

Викладене вище розглянемо з прикладу визначення передатного коефіцієнта a_{h0} по відношенню до збільшення кінцевої товщини $\delta h_1 = h_1^* - h_1$ при зміні вихідної товщини смуги на величину $\delta h_0 = h_0^* - h_0$ (рис. 9.1, а).

Початковому визначенню підлягають три значення сили, саме: $P_1(h_0^*, h_1)$, $P_2(h_0^*, h_{11})$ і $P_3(h_0^*, h_{12})$,

де $h_{11} = h_1 + (h_0^* - h_1)/3$, $h_{12} = h_1 + 2(h_0^* - h_1)/3$ – проміжні між h_1 і h_0^* значення товщини смуги, що забезпечують наявність шуканої величини h_1^* всередині описуваного аналітичного діапазону (див. рис. 9.1, а).

У міру розрахунку кількісних оцінок P_1 , P_2 і P_3 коефіцієнти регресії рівняння (9.11) можуть бути визначені як [24]

$$a_{p1} = D_{ap1}/D_{p1}; a_{p2} = D_{ap2}/D_{p1}; a_{p3} = D_{ap3}/D_{p1}, \quad (9.12)$$

де $D_{p1}, D_{ap1}, D_{ap2}, D_{ap3}$ – головний та додаткові визначники третього порядку, які можна записати як формули

$$D_{p1} = \begin{vmatrix} (h_0^* - h_1) & (h_0^* - h_1)^2 & (h_0^* - h_1)^3 \\ (h_0^* - h_{11}) & (h_0^* - h_{11})^2 & (h_0^* - h_{11})^3 \\ (h_0^* - h_{12}) & (h_0^* - h_{12})^2 & (h_0^* - h_{12})^3 \end{vmatrix};$$

$$D_{ap1} = \begin{vmatrix} P_1 & (h_0^* - h_1)^2 & (h_0^* - h_1)^3 \\ P_2 & (h_0^* - h_{11})^2 & (h_0^* - h_{11})^3 \\ P_3 & (h_0^* - h_{12})^2 & (h_0^* - h_{12})^3 \end{vmatrix};$$

$$D_{ap2} = \begin{vmatrix} (h_0^* - h_1) & P_1 & (h_0^* - h_1)^3 \\ (h_0^* - h_{11}) & P_2 & (h_0^* - h_{11})^3 \\ (h_0^* - h_{12}) & P_3 & (h_0^* - h_{12})^3 \end{vmatrix};$$

$$D_{ap3} = \begin{vmatrix} (h_0^* - h_1) & (h_0^* - h_1)^2 & P_1 \\ (h_0^* - h_{11}) & (h_0^* - h_{11})^2 & P_2 \\ (h_0^* - h_{12}) & (h_0^* - h_{12})^2 & P_3 \end{vmatrix}.$$

З урахуванням відомих значень коефіцієнтів регресії a_{p1} , a_{p2} и a_{p3} , рівняння (9.11) при його вирішенні відносно заданого значення сили P_0 набуде вигляду:

(9.13)

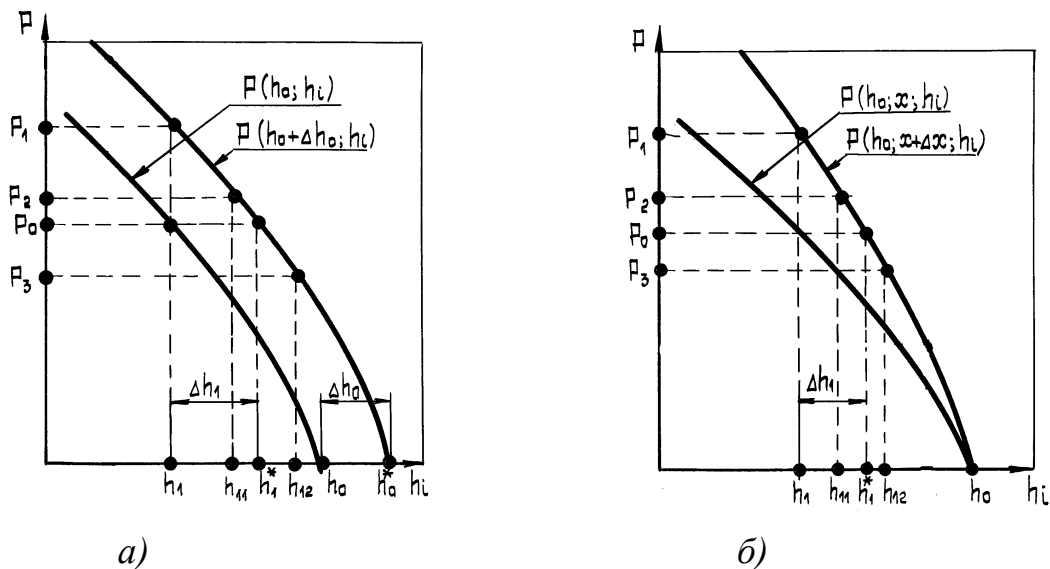


Рисунок 9.1 – Розрахункові схеми до кількісного визначення передавальних коефіцієнтів, що характеризують поздовжню різнотовщинність відносно тонких листів і смуг, що прокочуються в робочих клітинах з нульовими значеннями модуля жорсткості

Саме саме рішення в цьому випадку з урахуванням підстановки $(h_0^* - h_1^*) = Y$ і, як наслідок, визначення шуканої величини h_1^* і $\delta h_1 = h_1^* - h_1$ зводиться до вирішення рівняння третього ступеня на основі загальновідомих методів розрахунку [24].

Подібні викладки можуть бути використані і для визначення передатних коефіцієнтів a_{p0} , характеризують вплив збільшення сили, і навіть інших передавальних коефіцієнтів рівняння (9.9), враховують вплив збільшень натяжень, механічних властивостей і умов контактного тертя (див. рис. 9.1, б). При цьому в першому випадку підлягають визначенню $P_0(h_0, h_1)$, $P_1(h_0, h_{11})$, $P_2(h_0, h_{12})$, і саме за цими значеннями необхідно знаходити коефіцієнти регресії рівняння (9.9), а зворотне рішення відносно

h_1^* проводити з використанням кількісної оцінки $P_0^* = P_0 - \delta P_0$, що враховує задане значення збільшення δP_0 .

При визначенні інших коефіцієнтів схема рішення повністю відповідає формі запису виразу (9.11), тільки визначення значень сили в цьому випадку слід проводити з урахуванням збільшення δX , забезпечує позитивне збільшення сили, тобто у бік зменшення переднього і заднього натягу, а також у бік збільшення показників механічних властивостей і коефіцієнтів зовнішнього тертя. Одночасно з цим, тобто у міру визначення значень h_1^* і h_0 у всіх розглянутих випадках можуть бути визначені і показники результуючих механічних властивостей σ_{T1}^* і всі передавальні коефіцієнти рівняння (9.10).

Укрупнена блок-схема алгоритму розрахунку передавальних коефіцієнтів розглянутих диференціальних рівнянь представлена на малюнку 9.2, при цьому як цільові функції, що надають кількісні оцінки сили $P(j)$, моменту $M(j)$ та інших результуючих характеристик, були використані, розглянуті в рамках даної роботи (див. Розд. 1-8) та роботи [76], інженерні та чисельні детерміновані математичні моделі відповідних технологічних схем процесу прокатки.

Як приклад результатів чисельної реалізації отриманих з урахуванням викладених вище програмних засобів у таблиці 9.1 представлені розрахункові значення передавальних коефіцієнтів $\frac{\partial P_i}{\partial h_{0(1)i}}$ і $\frac{\partial M_i}{\partial h_{0(1)i}}$, мають місце при холодній прокатці різних типорозмірів на безперервному чотириклітинному стані 1700. В результаті аналізу представлених результатів можна зробити висновок, що зі зменшенням товщини смуг, що прокочуються, а також при прокатці смуг з більш високими рівнями механічних властивостей абсолютні значення аналізованих передавачів -них коефіцієнтів зростають і зростають дуже суттєво. Абсолютні значення модуля жорсткості смуги по відношенню

до збільшення кінцевої товщини $\frac{\partial P}{\partial h_1}$, у загальному випадку, перевищують аналогічні значення модуля жорсткості по відношенню до збільшення вихідної товщини $\frac{\partial P}{\partial h_n}$, при цьому із зменшенням товщини h_1 зазначена різниця зростає (див. табл. 9.1). Аналогічна картина має місце і при прокатці на реверсивних станах, а це в свою чергу свідчить про необхідність урахування даного фактора при створенні різних систем автоматичного регулювання товщини [74, 77–79].

З зменшенням радіусів робочих валків, зменшенням ширини листів і смуг, що прокочуються, зменшенням коефіцієнтів зовнішнього тертя, а також при створенні кінематичної асиметрії процесу прокатки значення модуля жорсткості смуги $\frac{\partial P}{\partial h_n}$, знижується внаслідок чого знижується і величина спадкової поздовжньої різнотовщинності готового металопрокату $\delta h_1(\delta h_0)$.

Подальше зниження модуля жорсткості $\frac{\partial P}{\partial h_n}$ може бути забезпечено за рахунок створення кінематичного режиму заданої величини випередження та, зокрема, мінімальне значення $\frac{\partial P}{\partial h_n}$, а отже, і мінімальне значення спадкової поздовжньої різнотовщинності має місце при реалізації процесу деформації тонких смуг між нерухомим і приводним робочими валками [17].

Таблиця 9.1 – Розрахункові значення передавальних коефіцієнтів, отримані стосовно умов реалізації процесу холодної прокатки на безперервному стані 1700 ($b = 1400\text{мм}$; $R_i = 300\text{мм}$)

№ кліті	h_{0i}	h_{1i}	$\partial P_i / \partial h_{0i}$	$\partial P_i / \partial h_{1i}$	$\partial M_i / \partial h_{0i}$	$\partial M_i / \partial h_{1i}$
	мм	мм	кН/мм	кН/мм	кН/мм	кН/мм
сталь 08 пс						
1	3,40	2,35	7018	-8831	143702	-157062
2	2,35	1,75	7680	-10681	161366	-189784
3	1,75	1,40	11531	-15658	200190	-209093
4	1,40	1,30	18611	-23130	215535	-219918
сталь 08пс						
1	2,70	1,65	7045	-9067	145875	-164618
2	1,65	1,20	8160	-14768	170133	-207262
3	1,20	0,88	12858	-23534	207222	-241181
4	0,88	0,80	23605	-37740	215771	-256821
сталь 08пс						
1	2,50	1,55	7708	-9515	147957	-171531
2	1,55	1,05	8228	-15252	173991	-213022
3	1,05	0,78	14624	-28508	228342	-270641
4	0,78	0,70	24309	-45860	238907	-276031
сталь 08кп						
1	2,50	1,55	5784	-7431	102588	-115962
2	1,55	1,05	5871	-10967	119526	-153353
3	1,05	0,78	11255	-17703	149521	-175697
4	0,78	0,70	19456	-26601	182373	-190878
сталь У9А						
1	2,50	1,55	8076	-10534	174587	-191984
2	1,55	1,05	8364	-19893	188723	-246534
3	1,05	0,78	14853	-39168	264015	-335029
4	0,78	0,70	25825	-67389	292412	-358866

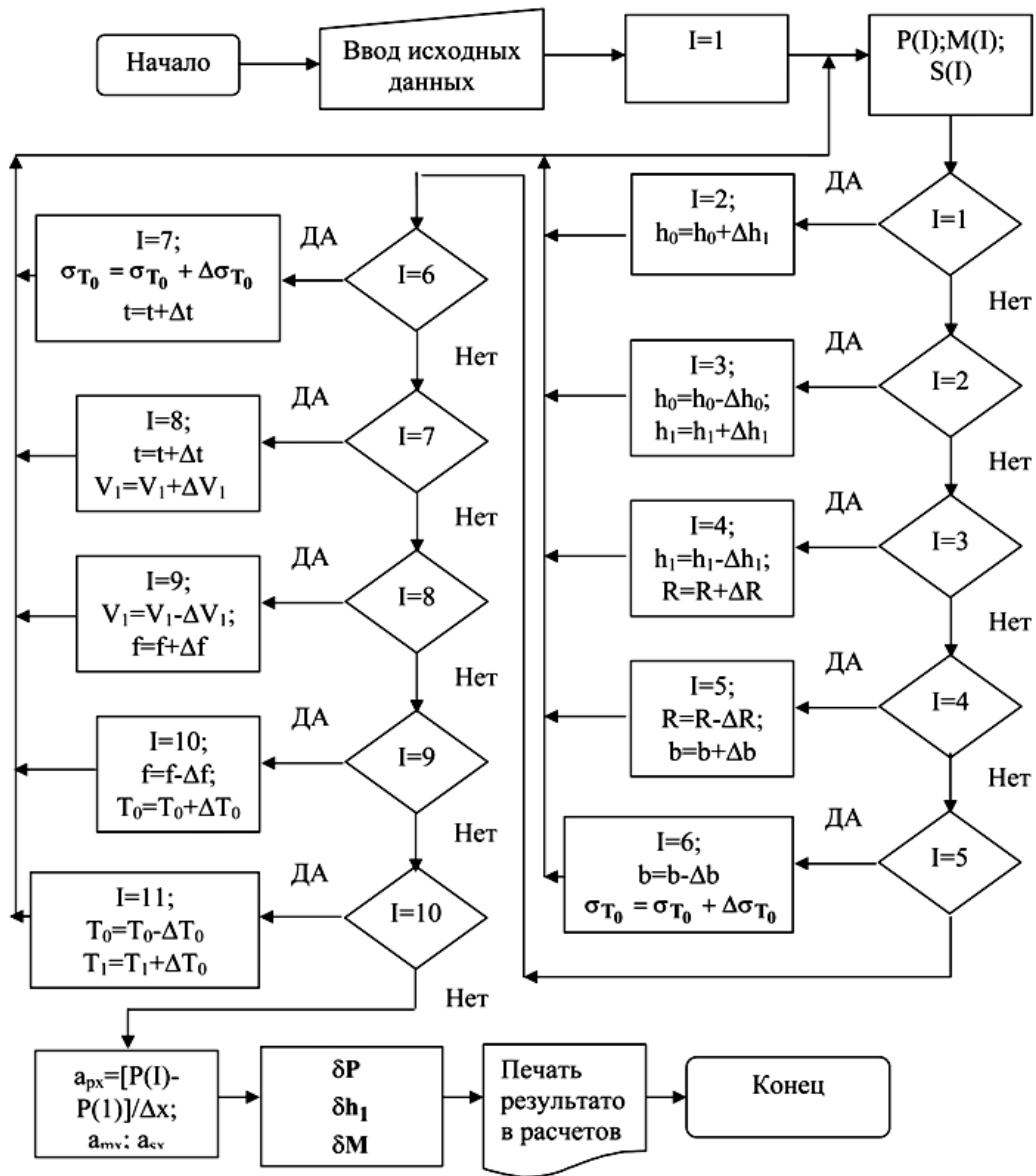


Рисунок 9.2 – Укрупнена блок-схема алгоритму розрахунку передавальних коефіцієнтів, що характеризують інтенсивність зміни геометричних та енергосилових параметрів процесу прокатки

Література

1. Gupta N. K. Steel Rolling: Principle, Process & Application. CRC Press, 2021. – 527 p.
2. Дослідження процесів виготовлення плющеної стрічки та її використання для електроконтактного наплавлення: монографія / С. М. Грибкова, О.В. Бережна, Е.П. Грибков, В.Д. Кассов; Донбас. держ. машинобуд. акад. (ДДМА). - Краматорськ : ДДМА, 2018. - 161 с. - 978-966-379-850-9
3. Бережна О. В., Малигіна С. В., Грибков Е. П. Комп'ютерне моделювання та оптимальне проектування: навч. посіб. - Краматорськ:ДДМА,2020 .-132 с.-978-966-379-932-2
4. Бережна О. В., Малигіна С. В., Грибков Е. П. Системи автоматизованого проектування : навч. посіб. - Краматорськ:ДДМА,2020 .-96 с.-978-966-379-933-9
5. Основи автоматизованого проектування технологічного обладнання. Лабораторний практикум : посібник [для студентів технічних спеціальностей] / Е. П. Грибков. – Краматорськ : ДДМА, 2021. – 67 с. -978-617-7889-21-1
6. Mazur V. L., Nogovitsyn, O. V. Theory and Technology of Sheet Rolling: Numerical Analysis and Applications. CRC Press, 2018 – 494 p.
7. Zhao J., Jiang Z. (Eds.). Rolling of advanced high strength steels: theory, simulation and practice. CRC Press. 2017. - 644 p.
8. Vladimir B. Ginzburg. Metallurgical Design of Flat Rolled Steels. CRC Press. 2019. 726 p.
9. Іванченко Ф.К. Розрахунок машин і механізмів прокатних цехів / Ф.К. Іванченко, В.М.Гребеник, В.І.Ширяєв . – К.: Вища шк., 1995. – 455с
10. Ніколаєв В. О. Технологія виробництва сортового та листового прокату : підручник. Частина II / В. О. Ніколаєв, В. Л. Мазур. – Запоріжжя : ЗДІА, 2000. – 220 с.